



**Министерство образования и науки Российской Федерации  
Рубцовский индустриальный институт (филиал)  
ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный технический университет  
им. И.И. Ползунова»**

**В.В. Борисовский**

## **КРАТКИЙ КУРС ФИЗИКИ**

**Часть 2**

## **ЭЛЕКТРОДИНАМИКА**

**Учебное пособие для студентов всех форм обучения  
технических направлений**

**Рубцовск 2013**

ББК 530.1

Борисовский В.В. Краткий курс физики. Часть 2. Электродинамика: Учебное пособие для студентов всех форм обучения технических направлений / Рубцовский индустриальный институт.- Рубцовск, 2013. - 81с.

Пособие составлено в соответствии с программой по физике для студентов технических направлений вузов. В пособии рассматривается электростатика, электрический ток и явления электромагнетизма.

Рассмотрено и одобрено на заседании  
НМС РИИ  
Протокол № 8 от 28.11.2013 г.

Рецензент:  
к.т.н., доцент

Э.С. Маршалов

© Рубцовский индустриальный институт, 2013

## Содержание

### Часть I

<b>Электричество</b>	5
<b>Глава I. Электростатика</b>	7
§ 1. Закон Кулона – основной закон электростатики	7
§ 2. Электрическое поле. Напряженность электрического поля	7
§ 3. Теорема Остроградского-Гаусса и ее применение	9
§ 4. Работа поля при перемещении заряда. Потенциал	12
§ 5. Взаимосвязь между напряженностью поля и его потенциалом	13
<b>Глава II. Проводники и диэлектрики в электростатическом поле</b>	15
§ 1. Поляризация диэлектриков	15
§ 2. Напряженность поля в диэлектрике	16
§ 3. Пьезоэлектрики и сегнетоэлектрики	17
§ 4. Явление электростатической индукции. Распределение зарядов в проводнике	18
§ 5. Емкость уединенного проводника	19
§ 6. Конденсаторы	20
§ 7. Энергия электростатического поля. Плотность энергии	22
<b>Глава III. Постоянный электрический ток</b>	24
§ 1. Характеристики электрического тока	24
§ 2. Сторонние силы. Электродвижущая сила и напряжение	25
§ 3. Закон Ома. Сопротивление проводников	26
§ 4. Работа и мощность тока	27
§ 5. Закон Ома для неоднородного участка и замкнутой цепи	28
§ 6. Правила Кирхгофа для разветвленных цепей	28
<b>Глава IV. Электрические токи в различных средах и вакууме</b>	30
§ 1. Электрический ток в металлах	30
§ 2. Работа выхода электронов из металла. Термоэлектронная эмиссия	32
§ 3. Термоэлектрические явления	33
§ 4. Ток в полупроводниках	35
§ 5. Ток в жидкостях	37
§ 6. Электрический ток в газах	39
§ 7. Электрический ток в вакууме	41
<b>Часть II</b>	
<b>Электромагнетизм</b>	42
<b>Глава V. Магнитное поле тока</b>	44
§ 1. Характеристики магнитного поля	44
§ 2. Закон Био-Савара-Лапласа и его применение	46
§ 3. Магнитное поле движущегося заряда	48

§ 4. Закон Ампера и его применение	48
§ 5. Контур с током в магнитном поле	50
§ 6. Закон полного тока для магнитного поля в вакууме	51
<b>Глава VI. Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях</b>	<b>54</b>
§ 1. Действие магнитного поля на движущийся заряд	54
§ 2. Определение удельного заряда частиц	55
§ 3. Ускорители заряженных частиц	57
§ 4. Эффект Холла	59
<b>Глава VII. Электромагнитная индукция</b>	<b>60</b>
§ 1. Явление электромагнитной индукции	60
§ 2. ЭДС индукции	61
§ 3. Вихревые токи (токи Фуко)	62
§ 4. Явление самоиндукции	63
§ 5. Взаимная индукция. Трансформатор	63
§ 6. Токи при размыкании и замыкании цепи	65
§ 7. Энергия магнитного поля	66
<b>Глава VIII. Магнитные свойства вещества</b>	<b>67</b>
§ 1. Магнитные моменты атомов и молекул	67
§ 2. Магнитное поле в веществе	68
§ 3. Диа- и парамагнетизм	68
§ 4. Ферромагнетики и их свойства	69
<b>Глава IX. Электромагнитные колебания и волны</b>	<b>71</b>
§ 1. Свободные колебания в контуре без потерь	71
§ 2. Свободные затухающие колебания в колебательном контуре	73
§ 3. Переменный ток	74
§ 4. Закон Ома для цепи переменного тока	76
§ 5. Мощность в цепи переменного тока	77
§ 6. Основы электромагнитной теории Максвелла	78
§ 7. Электромагнитные волны	79

## Часть I

### Электричество

Слово «электричество» может вызвать представление о сложной современной технике: компьютерах, электродвигателях, электрогенераторах, светильниках, различной бытовой технике. Но электричество играет в нашей жизни гораздо более серьезную роль. Ведь в теории строения любого вещества силы, действующие между атомами и молекулами, в результате чего возникают жидкости и твердые тела, - это электрические силы. Эти силы ответственны и за обмен веществ, происходящий в человеческом организме. Даже когда мы что-нибудь тянем или толкаем, это оказывается результатом действия электрических сил между молекулами руки и того предмета, на который мы воздействуем. И вообще, большинство сил, с которыми мы имеем дело, принято считать электрическими силами, действующими между атомами.

Электрические явления известны с древних времен, но лишь в последние два столетия они были досконально изучены. Еще в глубокой древности, около двадцати столетий назад, греческий философ Фалес Милетский обнаружил, что янтарь, потертый о шерсть, приобретает способность притягивать мелкие легкие предметы. На греческом языке янтарь – электрон, от этого слова и произошло название «электричество».

До конца XVI столетия учение об электрических явлениях оставалось практически на уровне знаний Фалеса Милетского, и только благодаря английскому физическому и врачу У.Гильберту (1544-1603) учение об электричестве обогатилось рядом открытий, наблюдений, приборов. С помощью своего первого электроскопа он показал, что способностью притягивать легкие тела обладает не только натертый янтарь, но и многие другие вещества (стекло, сера, смола, эбонит, каучук и другие), которые он назвал «электрическими». Несмотря на обилие различных веществ, обладающих такими свойствами, все они делятся на два вида, каждый из которых обусловлен наличием электрических зарядов: заряды, подобные возникающим на стекле, потертом о кожу, и заряды, подобные возникающим на янтаре, потертом о шерсть. Первые из них получили название положительных зарядов, а вторые – отрицательных.

При исследовании заряженных тел американский физик Р. Милликен (1868-1953) и русский физик А.Ф. Иоффе (1880-1960) доказали, что электрический заряд *дискретен*, т.е. заряд любого тела составляет целое кратное от некоторого *элементарного электрического заряда*, равного  $1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл (1 Кл – заряд, проходящий за 1 с через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А). Наименьшей частицей, обладающей отрицательным элементарным зарядом, является *электрон*, масса которого равна  $m=9,1 \cdot 10^{-31}$  кг. Наименьшей устойчивой частицей, обладающей положительным зарядом (равным заряду электрона), является *протон*. Масса протона в 1836 раз больше массы электрона:  $m_p=1,67 \cdot 10^{-27}$  кг. Элементарной частицей, не имеющей электрического заряда, является *нейтрон*. Его масса лишь незначительно превышает массу протона. Нейтроны и протоны входят в состав атомного ядра.

В общем случае любое тело, с точки зрения его заряда, состоит из протонов и электронов. Из обобщения опытных данных в 1843 г. английский физик М.Фарадей (1791-1867) сформулировал фундаментальный закон природы - **закон сохранения заряда**: в электрически изолированной системе (системе, не обменивающейся зарядами с внешними телами) алгебраическая сумма электрических зарядов является величиной постоянной. Закон сохранения электрического заряда выполняется строго как в макроскопических взаимодействиях, например при электризации тел трением, когда оба тела заряжаются численно равными зарядами противоположных знаков, так и в микроскопических взаимодействиях, в ядерных реакциях.

## Глава I. Электростатика

В *электростатике* рассматриваются свойства и закономерности системы неподвижно распределенных электрических зарядов, а также явления, происходящие в телах под действием этих зарядов.

Количественные законы электрических взаимодействий наиболее просто выражаются для случая точечных зарядов. *Точечным зарядом* называют заряженное тело, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которыми оно взаимодействует.

### § 1. Закон Кулона – основной закон электростатики

Французский физик Ш.Кулон (1736-1806) в 1785 г. установил закон взаимодействия электрических зарядов: два точечных заряда  $q_1$  и  $q_2$  в вакууме взаимодействуют с силой  $F$ , прямо пропорциональной произведению этих зарядов и обратно пропорциональной квадрату расстояния  $r$  между ними

$$F_0 = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad (1.1)$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от единиц измерения (в СИ он равен  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Нм}^2}{\text{Кл}^2}$ ,  $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{Ф/м}$  – электрическая постоянная). Сила взаимодействия зарядов направлена вдоль соединяющей их прямой так, что одноименные заряды отталкиваются, а разноименные притягиваются.

Если взаимодействующие заряды находятся в одной изотропной среде, то сила взаимодействия

$$F = k \cdot \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}, \quad (1.2)$$

где  $\epsilon$  – безразмерная величина – *диэлектрическая проницаемость среды*, показывающая, во сколько раз сила взаимодействия между зарядами в вакууме больше, чем в данной среде:  $\frac{F_0}{F} = \epsilon$ . Для вакуума и воздуха  $\epsilon=1$ .

### § 2. Электрическое поле. Напряженность электрического поля

Согласно идее М.Фарадея, электрические заряды не действуют друг на друга непосредственно. Каждый из них создает в окружающем пространстве электрическое поле, и взаимодействие зарядов происходит посредством электрических полей. Поле одного заряда действует на поле другого заряда и наоборот. По мере удаления от заряда поле ослабевает.

Электрическое поле неподвижных зарядов называется *электростатическим*. Электростатическое поле отдельного заряда можно обнаружить, если внести в это поле другой заряд, на который в соответствии с законом Кулона будет действовать определенная сила. Электростатическое поле первого заряда существует и в отсутствии второго заряда, хотя в этом случае оно никак себя не проявляет.

Исследовать электрическое поле можно с помощью пробного заряда – очень малого по размерам и несущего положительный заряд  $q_0$ . Предполагается, что пробный заряд настолько мал, что он не искажает того поля, которое с его помощью изучается. Поместим в электрическое поле, созданное точечным зарядом  $q$ , пробный заряд  $q_0$ . На этот заряд по закону Кулона будет действовать сила

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq_0}{r^2}.$$

Если в одну и ту же точку поля помещать разные пробные заряды  $q'_0$  и  $q''_0$ , то на них будут действовать различные силы, пропорциональные этим зарядам. Отношение же  $F/q_0$  для всех зарядов, вносимых в поле, будет одинаковым и будет зависеть лишь от  $q$  и  $r$ , определяющих электрическое поле в данной точке. Поэтому данная величина, выражаемая формулой

$$\vec{E} = \vec{F}/q_0, \quad (1.3)$$

принята в качестве основной силовой характеристики электрического поля. Эта величина  $\vec{E}$  называется напряженность электрического поля. Следовательно, напряженностью  $\vec{E}$  в данной точке является векторная величина, равная отношению силы  $\vec{F}$ , действующей на положительный пробный заряд  $q_0$ , помещенный в данную точку электрического поля, к этому заряду.

Из формулы (1.3) с учетом выражения кулоновской силы следует, что напряженность поля точечного заряда (для  $\epsilon=1$ )

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}. \quad (1.4)$$

Направление вектора напряженности  $\vec{E}$  совпадает с направлением силы  $\vec{F}$ , действующей на пробный положительный заряд. Единицей напряженности электрического поля является В/м.

Если электрическое поле создается зарядами  $q_1, q_2, \dots, q_n$ , то на пробный заряд  $q_0$  действует сила, равная векторной сумме сил  $F_n$ , действующих на пробный заряд  $q_0$  со стороны поля каждого из зарядов  $q_n$ . И тогда вектор напряженности в данной точке поля  $\vec{E}$  будет равен геометрической сумме векторов напряженностей, создаваемых в этой точке каждым из зарядов в отдельности:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i. \quad (1.5)$$

Это свойство электрических полей является **принципом суперпозиции** (наложения) полей.

Электростатическое поле можно изобразить наглядно с помощью силовых линий (линий напряженности).

**Линиями напряженности** называются линии, проведенные в поле так, что касательные к ним в любой точке поля совпадают по направлению с вектором напряженности  $\vec{E}$ . Силовые линии являются условным понятием и реально не существуют, но позволяют наглядно представить характер электростатического поля. Силовые линии одиночных отрицательного и положительного зарядов изображены на рис.1.

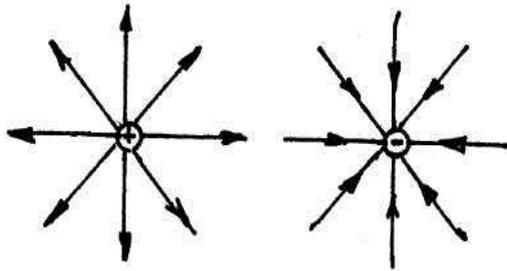


Рис. 1

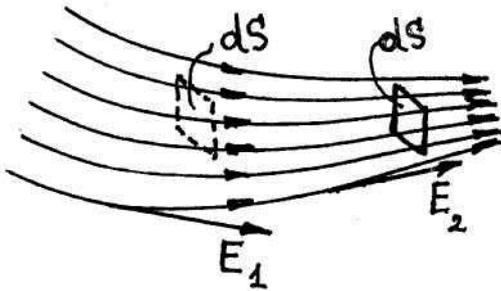


Рис. 2

В случае поля, образованного несколькими неподвижными зарядами, силовые линии могут иметь самую различную конфигурацию, но никогда не пересекаются. Для *однородного* поля (когда вектор напряженности в любой точке постоянен по величине и направлению) линии напряженности изображаются равноотстоящими друг от друга параллельными прямыми линиями.

Чтобы с помощью линий напряженности можно было характеризовать не только направление, но и величину напряженности электростатического поля, условились проводить их с определенной густотой (рис.2): число линий напряженности, пронизывающих единицу поверхности, перпендикулярной линиям напряженности, должно быть пропорционально модулю вектора  $\vec{E}$ . Число силовых линий, пронизывающих элементарную площадку  $dS$ , нормаль которой образует угол  $\alpha$  с вектором  $\vec{E}$ , равна  $E dS \cdot \cos \alpha = E_n \cdot dS$ , где  $E_n$  - составляющая вектора  $\vec{E}$  по направлению нормали  $\vec{n}$  к площадке  $dS$ . Величина

$$d\Phi_E = E_n \cdot dS = E \cdot dS \cdot \cos \alpha \quad (1.6)$$

называется *поток вектора напряженности* через площадку  $dS$ .

### § 3. Теорема Остроградского-Гаусса и ее применение

Теорема Гаусса-Остроградского математически была сформулирована русским ученым М.В. Остроградским (1801-1862), а ее приложение к вопросам электростатики было дано немецким физиком К. Гауссом (1777-1855). Теорема Гаусса определяет поток вектора напряженности электрического поля через произвольную замкнутую поверхность от любого количества зарядов.

Найдем поток вектора напряженности поля электрических зарядов

$q_1, q_2, \dots, q_n$  сквозь некоторую замкнутую поверхность, окружающую эти заряды. Причем поток, направленный наружу замкнутой поверхности, будет *положительным*, а внутрь – *отрицательным*. Вначале определим поток вектора напряженности сквозь сферическую поверхность радиуса  $r$ , в центре которой расположен заряд  $q$  (рис.3).

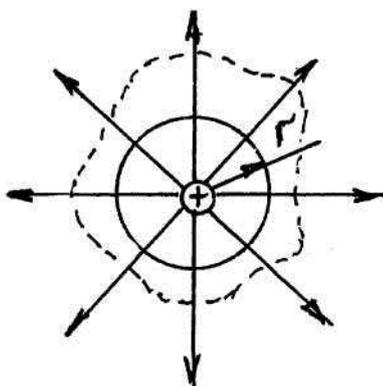


Рис. 3

По формуле (1.6) поток через поверхность  $S$  равен  $\Phi_E = \int_S E_n \cdot dS$ . Так как на поверхности сферы

$$E_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}, \text{ то}$$

$$\Phi_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \int_S dS = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Этот результат справедлив для замкнутой поверхности любой формы. Действительно, если округлить сферу (рис.3) произвольной замкнутой поверхностью, то каждая линия напряженности, пронизывающая сферу, пройдет и сквозь эту поверхность.

В общем случае, если произвольная поверхность окружает  $n$  зарядов, то каждый заряд создает свой поток вектора напряженности электрического поля, а общий поток будет равен сумме потоков всех зарядов:

$$\Phi_E = \frac{q_1}{\epsilon_0} + \frac{q_2}{\epsilon_0} + \dots + \frac{q_n}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i. \quad (1.7)$$

Формула (1.7) выражает **теорему Гаусса для электростатического поля в вакууме**: полный поток вектора напряженности через замкнутую поверхность произвольной формы численно равен алгебраической сумме электрических зарядов, заключенных внутри этой поверхности, поделенной на  $\epsilon_0$ .

Если взять замкнутую поверхность, не охватывающую заряд  $q$ , то каждая линия напряженности будет пересекать ее дважды: один раз она войдет в поверхность, другой раз выйдет из нее. Поэтому алгебраическая сумма линий напряженности, проходящих через замкнутую поверхность, число которых определяет полный поток  $\Phi_E$  через эту поверхность, будет равно нулю, т.е. вклад в общий поток будут давать только те заряды, которые окружены замкнутой поверхностью.

Рассмотрим применение теоремы Гаусса для расчета электрических полей тел произвольной формы.

1. **Равномерно заряженная бесконечная нить**. Бесконечная нить заряжена с постоянной **линейной плотностью**  $+\tau$  ( $\tau=dq/dl$  – заряд, приходящийся на единицу длины). Из соображения симметрии следует, что линии напряженности будут радиальными прямыми, перпендикулярными нити (рис.4). В качестве замкнутой поверхности возьмем цилиндр радиуса  $r$  и длиной  $l$ , осью которого является нить. Поток вектора  $\vec{E}$  сквозь торцы цилиндра равен нулю (торцы параллельны линиям напряженности), а сквозь боковую поверхность –  $2\pi r l \vec{E}$ .

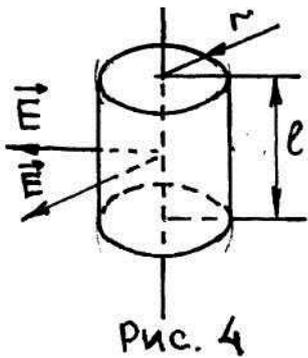


Рис. 4

По теореме Гаусса (1.7)  $2\pi r l \vec{E} = \tau l / \epsilon_0$ , откуда

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\tau}{r}. \quad (1.8)$$

Таким образом, напряженность поля равномерно заряженной бесконечной нити определяется выражением (1.8). На практике формула (1.8) может применяться для нахождения напряженности поля в середине очень длинного прямого проводника на очень малом расстоянии ( $r \ll l$ ).

Формула (1.8) будет справедлива и для бесконечного цилиндра радиуса  $R$ , заряженного с линейной плотностью  $\tau$ , если точки находятся на оси цилиндра на расстоянии  $r \geq R$ . Если  $r < R$ , то замкнутая поверхность зарядов внутри не содержит, поэтому в этой области  $\vec{E}=0$ .

2. **Равномерно заряженная бесконечная плоскость.** Бесконечная плоскость (рис.5) заряжена с постоянной поверхностной плотностью  $+\sigma$  ( $\sigma = dq/dS$  - заряд, приходящийся на единицу поверхности). Из законов симметрии линии напряженности перпендикулярны рассматриваемой плоскости и направлены от нее в обе стороны.

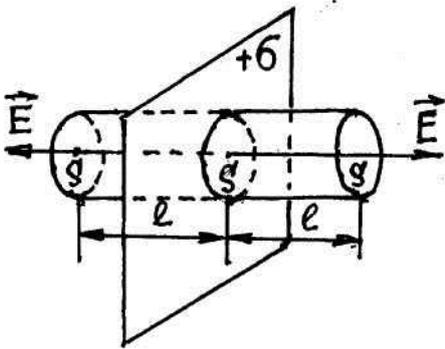


Рис. 5

Ограничим часть заряженной плоскости цилиндром, основания которого параллельны заряженной плоскости и находятся на расстоянии  $l$ , а ось цилиндра перпендикулярна плоскости.

Так как образующие цилиндра параллельны линиям напряженности ( $\cos\alpha = 0$ ), то поток вектора напряженности сквозь боковую поверхность цилиндра равен нулю, а полный поток сквозь цилиндр равен сумме потоков через его основания (площади оснований равны  $S$ ), т.е.  $\Phi_E = 2ES$ . Заряд, заключенный внутри цилиндра, равен  $\sigma S$ . По теореме Гаусса  $2ES = \frac{\sigma S}{2\epsilon_0}$ , откуда

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}. \quad (1.9)$$

Из формулы (1.9) следует, что  $\vec{E}$  не зависит от длины цилиндра  $2l$ . Следовательно, напряженность поля на любых расстояниях от плоскости одинакова по модулю, т.е. поле равномерно заряженной бесконечной плоскости **однородно**. Очевидно, что в реальных условиях бесконечных плоскостей не бывает, но формулу (1.9) можно применять для плоскости больших размеров при расчете напряженности поля на малом расстоянии от середины плоскости.

3. **Две бесконечные параллельные разноименно заряженные плоскости** (рис. 6).

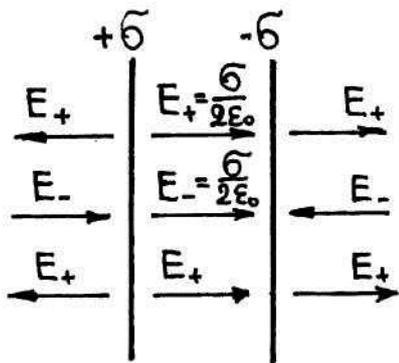
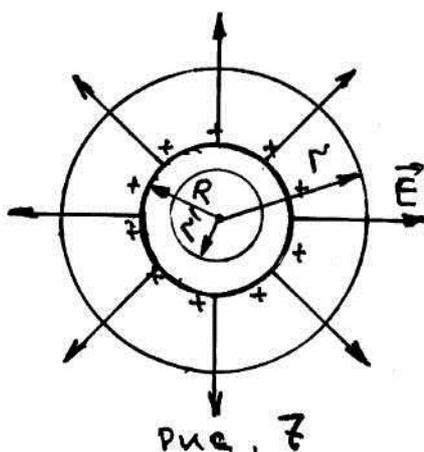


Рис. 6

Две параллельные плоскости равномерно заряжены разноименными зарядами с поверхностными плотностями  $+\sigma$  и  $-\sigma$ . Как видно из рис.6, напряженность поля между двумя бесконечными параллельными плоскостями из принципа суперпозиции полей равна сумме напряженностей полей, создаваемых обеими пластинами

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (1.10)$$

Вне пластин векторы  $\vec{E}$  от каждой из них направлены в противоположные стороны и взаимно уничтожаются. Поэтому напряженность поля в пространстве, окружающем пластины, будет равна нулю ( $\vec{E}=0$ ).



4. **Равномерно заряженная сферическая поверхность.** Сферическая поверхность радиуса  $R$  с общим зарядом  $q$  заряжена равномерно с поверхностной плотностью  $+\sigma$ . При сферической симметрии линии напряженности направлены радиально. Возьмем замкнутую поверхность в виде сферы радиуса  $r$ , имеющей общий центр с заряженной сферой. Внутри замкнутой сферической поверхности попадает весь заряд  $q$  и по теореме Гаусса  $4\pi r^2 \cdot E = q/\epsilon_0$ , откуда при  $r > R$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \quad (r > R). \quad (1.11)$$

Следовательно, для точечного заряда и сферической поверхности при  $r \geq R$  формула определения напряженности одна и та же.

Если  $r' < R$ , то замкнутая поверхность не содержит внутри зарядов, поэтому внутри заряженной сферической поверхности напряженность поля равна нулю ( $\vec{E}=0$ ).

Для шара радиусом  $R$  с общим зарядом  $q$  заряженного равномерно по всему объему с объемной плотностью  $\rho$  ( $\rho=dq/dV$  – заряд, приходящийся на единицу объема) напряженность поля при  $r > R$  находится по формуле (1.11). Внутри же шара напряженность будет определяться по-другому.

Сфера радиуса  $r' < R$  (рис.7) охватывает заряд  $q = \frac{4}{3}\pi r'^3 \rho$ . Поэтому по теореме Гаусса  $4\pi r'^2 E = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{4}{3}\pi r'^3 \rho$ . Учитывая, что  $\rho = Q/(\frac{4}{3}\pi R^3)$ , получим

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R^3} r' \quad (r' \leq R). \quad (1.12)$$

Таким образом, напряженность поля вне равномерно заряженного шара определяется формулой (1.11), а внутри его изменяется линейно с расстоянием  $r'$  согласно выражению (1.12).

#### § 4. Работа поля при перемещении заряда. Потенциал

Электростатическое поле создано зарядом  $q$ , в котором по произвольной траектории из точки 1 в точку 2 перемещается заряд  $q_0$  (рис.8). Сила, приложенная к заряду  $q_0$  со стороны заряду  $q$ , совершает работу. Работа на элементарном участке  $dl$  равна

$$dA = Fdl\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq_0}{r^2} dl\cos\alpha.$$

Так как  $dl\cos\alpha = dr$ , то  $dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq_0}{r^2} dr$  и работа при перемещении из точки 1 в точку 2

$$A_{12} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{qq_0}{r_1} - \frac{qq_0}{r_2} \right). \quad (1.13)$$

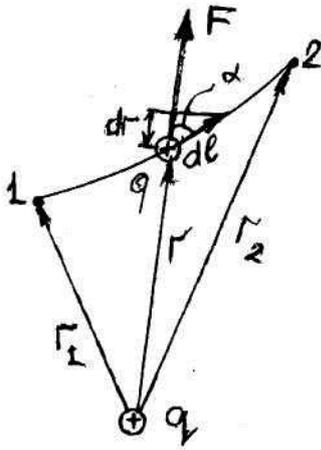


Рис. 8

Из формулы (1.13) следует, что работа не зависит от вида траектории перемещения, а определяется только положениями начальной 1 и конечной 2 точек. Следовательно, электростатическое поле точечного заряда является **потенциальным**.

Работу электростатического поля можно представить как разность потенциальных энергий, которой обладает точечный заряд  $q_0$  в начальной и конечной точках поля заряда  $q$ :

$$A_{12} = W_1 - W_2 = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r_2}, \quad (1.14)$$

откуда следует, что потенциальная энергия заряда  $q_0$  в поле заряда  $q$  равна

$$W = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (1.15)$$

Отношение величины потенциальной энергии заряда  $q_0$  в электростатическом поле к величине заряда  $q_0$  не зависит от величины самого заряда  $q_0$ . И, следовательно, это отношение может, как и напряженность, служить характеристикой электростатического поля заряда  $q$ . Это отношение обозначается символом  $\varphi$  и называется **потенциалом** электростатического поля

$$\varphi = \frac{W}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (1.16)$$

Потенциал является **энергетической** характеристикой поля; он численно равен работе, которую надо затратить против сил электрического поля при перенесении единичного заряда из бесконечности, где потенциальная энергия условно считается равной нулю, в данную точку поля.

Если поле создано системой  $n$  точечных зарядов  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ , то потенциал поля системы зарядов равен алгебраической сумме потенциалов полей всех этих зарядов

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} = \sum_{i=1}^n \varphi_i. \quad (1.17)$$

Так как потенциальная энергия заряда  $q$  в электростатическом поле будет определяться как  $W = q \cdot \varphi$ , то работа поля по перемещению заряда будет рассчитываться по формуле

$$A = W_1 - W_2 = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (1.18)$$

Единицей измерения потенциала в СИ является вольт:  $1\text{В}=1\text{ Дж/Кл}$ .

## § 5. Взаимосвязь между напряженностью поля и его потенциалом

Любая точка электрического поля характеризуется напряженностью  $\vec{E}$  и потенциалом  $\varphi$ . Между ними существует взаимосвязь, которую найдем по величине работы при перемещении положительного заряда  $q$  из одной точки в другую на малое расстояние  $dl$ , в пределах которого напряженность  $\vec{E}$  не меняется. Работа по перемещению на этом участке равна  $Fdl = Eqdl$ , с другой стороны, ту же работу находим по (1.18), как  $-qd\varphi$ . Приравняв оба выражения, получим

$$\vec{E} = -\frac{d\varphi}{dl}. \quad (1.19)$$

Изменение любой физической величины на единице длины называется градиентом, т.е. напряженность  $\vec{E}$  поля равна градиенту потенциала со знаком минус

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi. \quad (1.20)$$

Знак минус обусловлен тем, что напряженность поля направлена **в сторону убывания** потенциала, тогда как  $\text{grad}\varphi$  направлен в сторону возрастания потенциала.

Связь между напряженностью поля и потенциалом (1.20) позволяет по известной напряженности поля найти разность потенциалов между двумя произвольными точками. В качестве примера рассмотрим два практически важных случая: поле двух параллельных плоскостей и поле сферической поверхности.

Возьмем две бесконечные параллельные разноименно заряженные плоскости с поверхностной плотностью заряда  $\sigma$ . Напряженность между плоскостями по формуле (1.10)  $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ , а разность потенциалов, если расстояние между ними равно  $d$ , определяется

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E dx = \int_0^d \frac{\sigma}{\varepsilon_0} dx = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d. \quad (1.21)$$

Поле равномерно заряженной сферической поверхности радиуса  $R$  с общим зарядом  $q$  вне сферы ( $r > R$ ) вычисляется по (1.11):  $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$ . Разность потенциалов между точками, лежащими на расстояниях  $r_1$  и  $r_2$  от центра сферы ( $r_1 > R, r_2 > R$ ), равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (1.22)$$

## Глава II. Проводники и диэлектрики в электростатическом поле

Все тела состоят из молекул и атомов. Последние представляют собой системы элементарных электрических зарядов, в целом электрически нейтральные.

Тела, в которых часть электрических зарядов способна свободно перемещаться в пределах тела, являются **проводниками**. Они способны проводить электрический ток. К хорошим проводникам относятся металлы, растворы (и расплавы) кислот, щелочей и солей. Несколько хуже проводят электрический ток ионизированные газы.

Тела, в которых все микроскопические заряды находятся в связанном состоянии и не могут перемещаться, называются **диэлектриками** или **изоляторами** (термин «диэлектрик» был введен М.Фарадеем). Диэлектрики не проводят электрический ток. Диэлектриками являются фарфор, резина и различные типы пластических масс, стекло, слюда.

### § 1. Поляризация диэлектриков

Помещенный в электрическое поле диэлектрик приобретает полярность: та часть его поверхности, в которую входят силовые линии, заряжается **отрицательно**, а противоположная – **положительно**. Это явление называется поляризацией. Поляризация обусловлена тем, что почти все диэлектрики состоят или из диполей, или из наведенных диполей. **Диполем** является совокупность двух равных по абсолютной величине зарядов  $q$ , находящихся на расстоянии  $l$  один от друга (плечо).

Величина, измеряемая произведением величины одного из зарядов  $q$  на плечо диполя  $l$ , называется **электрическим моментом диполя**  $\vec{p} = ql$ .

Поляризация диэлектриков в электрическом поле может быть трех видов: **электронная**, **дипольная** и **ионная**. Диэлектрик, состоящий из неполярных молекул, имеет молекулы, у которых центры тяжести положительных и отрицательных зарядов совпадают. Под влиянием электрического поля напряженностью  $\vec{E}$  происходит смещение отрицательной электронной оболочки относительно положительного заряда, т.е. молекула станет полярной (дипольной). Такого рода поляризация называется электронной и наблюдается в молекулах  $N_2$ ,  $H_2$ ,  $O_2$ ,  $CO_2$ ,  $CH_4$  и др.

Диэлектрические среды, составленные из полярных молекул, характеризуются тем, что составляющие их молекулы обладают постоянным по величине дипольным моментом  $\vec{p}$ . При отсутствии поля эти моменты хаотически ориентированы. В электрическом поле дипольные молекулы ориентируются вдоль поля. Поляризация таких диэлектриков называется **ориентационной** или **дипольной** и наблюдается в соединениях  $H_2O$ ,  $NH_3$ ,  $SO_2$ ,  $CO$  и др. Без поля дипольная поляризация исчезает, так как тепловое движение разрушает ориентацию.

Ионные кристаллы ( $NaCl$ ,  $KCl$ ,  $KBr$ ,...) представляют собой пространственные решетки с правильным чередованием ионов разных знаков. При

наложении на ионный кристалл электрического поля происходит относительное смещение подрешеток, приводящее к возникновению дипольных моментов. Такая поляризация называется *ионной*.

Таким образом, *поляризацией* диэлектрика называется явление ориентации диполей или появление под воздействием электрического поля ориентированных по полю диполей.

## § 2. Напряженность поля в диэлектрике

При помещении диэлектрика во внешнее электростатическое поле он поляризуется. Объем  $V$  диэлектрика приобретает дипольный момент  $\vec{p}_V = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i$ , где  $\vec{p}_i$  - дипольный момент одной молекулы. Для количественной характеристики степени поляризации вводится векторная величина, определяемая дипольным моментом единицы объема:

$$\vec{P} = \frac{p_V}{V} = \sum_V p_i / V, \quad (2.1)$$

которая называется *поляризованностью*.

Поляризованность или вектор поляризации  $\vec{P}$  линейно зависит от напряженности поля  $\vec{E}$

$$\vec{P} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}, \quad (2.2)$$

где  $\epsilon$  - *диэлектрическая восприимчивость вещества*, характеризующая свойства диэлектрика.  $\epsilon$  - величина безразмерная; всегда больше нуля ( $\epsilon > 0$ ) и для большинства диэлектриков составляет несколько единиц, кроме спирта ( $\epsilon \approx 25$ ) и воды ( $\epsilon \approx 80$ ).

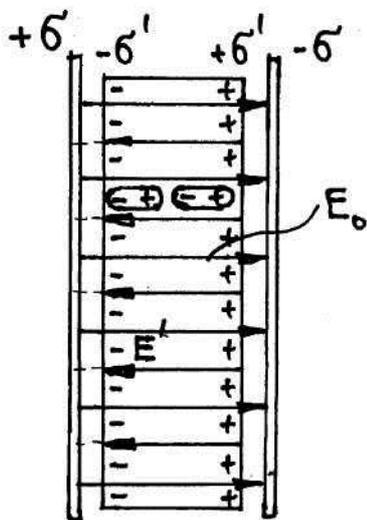


Рис. 9

Для определения количественных характеристик поля в диэлектрике внесем его в однородное внешнее электростатическое поле, созданное двумя бесконечными параллельными разноименно заряженными плоскостями с поверхностной плотностью  $\sigma$  (рис.9). Внутри диэлектрика диполи ориентируются по полю, образуя цепочки, в которых положительный полюс диполя примыкает к отрицательному полюсу следующего диполя и т.д. (см. рис.9). Внутри диэлектрика полюса разного заряда компенсируют друг друга, в то время как боковые поверхности заряжаются противоположными зарядами с поверхностной плотностью заряда  $\sigma'$ . Эти заряды создают электрическое поле с напряженностью  $E'$ , направленное в сторону, противоположную внешнему  $E_0$ , и ослабляют его. Результирующее поле внутри диэлектрика

$$E = E_0 - E'. \quad (2.3)$$

Напряженность  $E' = \sigma' / \epsilon_0$  (поле, созданное двумя заряженными плоскостями (1.10)), поэтому

$$E = E_0 - \sigma' / \epsilon_0. \quad (2.4)$$

Определим поверхностную плотность связанных зарядов  $\sigma'$ . По формуле (2.1) полный дипольный момент пластины диэлектрика  $p_V = PV = PS \cdot d$ , где  $S$  – площадь боковой поверхности,  $d$  – толщина диэлектрика. С другой стороны  $p_V = \sum q_i d$ , где  $\sum q_i$  – связанный заряд,  $\sum q_i = \sigma' S$ . Тогда

$$\vec{P} \cdot S \cdot d = \sigma' S d, \quad (2.5)$$

или

$$\vec{P} = \sigma', \quad (2.6)$$

т.е. поверхностная плотность связанных зарядов  $\sigma'$  равна поляризованности.

Подставив в (2.5) выражения (2.4) и (2.6), получим  $E = E_0 - \alpha E$ , откуда напряженность результирующего поля внутри диэлектрика равна

$$E = E_0 / (1 + \alpha). \quad (2.7)$$

Величина  $(1 + \alpha) = \varepsilon$  называется **диэлектрической проницаемостью среды**. Она показывает, во сколько раз поле ослабляется диэлектриком и характеризует количественно свойство диэлектрика поляризоваться в электрическом поле.

Следовательно, при переходе из вакуума в среду напряженность электростатического поля всегда уменьшается. На границе двух диэлектриков нормальные составляющие напряженности поля меняются обратно пропорционально диэлектрическим проницаемостям, т.е. вектор напряженности на границе диэлектриков претерпевает скачкообразное изменение, также – на границе вакуум-диэлектрик. Все это создает неудобства при расчете электростатических полей. Поэтому для характеристики поля, кроме напряженности, употребляется **вектор электрического смещения (индукции)**, который для электрически изотропной среды равен

$$D = \varepsilon \varepsilon_0 E. \quad (2.8)$$

Вектор  $\vec{D}$  от свойств среды не зависит. Аналогично, как и поле  $\vec{E}$ , поле  $\vec{D}$  изображается с помощью **линий электрического смещения**, направление и густота которых определяются точно так же, как и для линий напряженности. Тогда, например, теорему Гаусса для потока вектора электрического смещения можно записать в виде

$$\Phi_D = \sum_{i=1}^n q_i. \quad (2.9)$$

### § 3. Пьезоэлектрики и сегнетоэлектрики

Если кристаллический диэлектрик подвергается деформации, то относительные перемещения элементов структуры вызывают электронную и ионную поляризации, что приводит к появлению зарядов на гранях кристалла. Это явление было названо **пьезоэлектрическим эффектом**, а диэлектрики, обладающие этим свойством, называются пьезоэлектриками. Пьезоэффект был открыт в 1880 г. братьями Кюри. В 1881 г. был открыт **обратный пьезоэлектрический эффект**, состоящий в том, что при внесении пьезокристалла в электрическое поле в нем возникают механические напряжения, под действием которых кристалл деформируется.

Пьезоэлектрическими свойствами обладают кварц, турмалин, сахар, сегнетовая соль, цинковая обманка. Эти свойства используются в датчиках, позволяющих регистрировать деформации и толчки, преобразуя их в электрические импульсы. Пьезоэффект кварца используется для возбуждения ультразвуковых волн.

Некоторые кристаллические диэлектрики в определенной области температур обладают спонтанной поляризацией, т.е. поляризованы в отсутствие электрического поля. Это явление было открыто у сегнетовой соли ( $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ ), поэтому подобные вещества получили название *сегнетоэлектрики*. При комнатной температуре диэлектрическая проницаемость сегнетовой соли достигает  $\epsilon=10000$ . У титаната бария ( $\text{BaTiO}_3$ ) сегнетоэлектрические свойства наблюдаются в широком интервале температур.

В кристаллах сегнетоэлектриков имеются макроскопические области, в которых дипольные моменты отдельных молекул ориентированы одинаково и в отсутствие внешнего электрического поля. Во внешнем поле по полю ориентируются целые поляризованные области (домены). Это объясняет громадное значение диэлектрической постоянной сегнетоэлектриков.

#### **§ 4. Явление электростатической индукции. Распределение зарядов в проводнике**

Проводник – это проводящие электрический ток тела, в которых носители заряда находятся в свободном состоянии (не связаны). Эти заряды способны перемещаться под действием сколь угодно слабого электрического поля. К проводникам относятся практически все металлы, а также растворы электролитов. В дальнейшем, если специально не оговаривается, мы будем рассматривать металлические проводники.

Если сообщить проводнику какой-либо заряд, поместив на него заряженные частицы, то эти заряженные частицы (одноименно) будут отталкиваться друг от друга, свободно перемещаясь. Удаляться друг от друга они будут до тех пор, пока не достигнут поверхности проводника. По поверхности они будут перемещаться до тех пор, пока не уравнивается сила со стороны соседних частиц. В результате внесенный на проводник заряд распределится по поверхности проводника с некоторой поверхностной плотностью, зависящей от формы поверхности. Что касается напряженности электрического поля внутри проводника, то она будет равна нулю и в этом случае.

Равенство напряженности поля внутри проводника нулю означает согласно (1.19), что потенциал во всех точках внутри проводника постоянен ( $\varphi = \text{const}$ ), следовательно, и поверхность проводника также имеет одинаковый потенциал. Вектор  $\vec{E}$  на внешней поверхности проводника направлен по нормали к каждой точке его поверхности. Если бы существовала касательная направляющая  $\vec{E}_\tau$ , то заряды начали бы перемещаться по поверхности, что противоречит равновесному распределению зарядов.

При внесении незаряженного проводника в электрическое поле свободные носители заряда приходят в движение: положительные в направлении вектора напряженности поля  $\vec{E}$ , отрицательные – в противоположную сторону. В результате этого на двух противоположных концах проводника появятся разноименные заряды, называемые **индукционными** зарядами. Поле этих зарядов направлено противоположно внешнему полю. Следовательно, накапливание зарядов у концов проводника приводит к ослаблению в нем поля. Перераспределение носителей заряда происходит до тех пор, пока напряженность поля внутри проводника не станет равной нулю. Индукционные (наведенные) на проводнике заряды распределяются по внешней поверхности проводника.

Явление, состоящее в разделении имеющихся в равных количествах положительных и отрицательных зарядов в незаряженном проводнике, помещенном во внешнее электростатическое поле, называется **электризацией через влияние** или **электростатической индукцией**.

Индукционные (наведенные) на проводнике заряды исчезают, когда проводник удаляют из электрического поля. Для того, чтобы отделить положительные индуцированные заряды от отрицательных, необходимо разъединить разноименно заряженные части проводника до его удаления из электростатического поля.

## § 5. Электроемкость уединенного проводника

Рассмотрим уединенный проводник, т.е. проводник, который находится на достаточном удалении от других проводников, тел и зарядов. Сообщаем этому проводнику заряд  $q$ . Этот заряд распределяется по поверхности проводника так, что внутри проводника напряженность поля равна нулю. Характер распределения заряда  $q$  зависит только от формы проводника, причем каждая новая часть заряда распределяется по поверхности подобно предыдущей. Каждое увеличение заряда на проводнике связано с пропорциональным возрастанием потенциала, т.е.  $q = C\varphi$ , где  $C$  – коэффициент пропорциональности, который называют электрической емкостью проводника. Таким образом, **электроемкость** проводника численно равна величине заряда, который необходимо сообщить проводнику, чтобы увеличить его потенциал на единицу:

$$C = q/\varphi. \quad (2.10)$$

Электроемкость уединенного проводника зависит от его размеров, формы (так как избыточные заряды распределяются по внешней поверхности) и диэлектрической проницаемости среды, окружающей его, и не зависит от заряда на проводнике.

Единица электроемкости в СИ – **фарад** (Ф): один фарад – это электроемкость такого проводника, у которого потенциал возрастает на один вольт при сообщении ему заряда в один кулон –  $1\text{Ф}=1\text{Кл}/1\text{В}$ .

Найдем электроемкость сферической поверхности. Для этого определим потенциал сферической поверхности радиусом  $R$  с зарядом  $q$ . Напряженность сферической поверхности при  $r \geq R$  определяется по формуле (1.11)

$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$ , и разность потенциалов между точками, лежащими на расстоянии  $r_1$  и  $r_2$  от центра сферы ( $r_1 > R$ ,  $r_2 > R$ ), равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2}. \quad (2.11)$$

Если принять  $r_1 = R$  и  $r_2 = \infty$ , то потенциал заряженной сферической поверхности

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}. \quad (2.12)$$

Следовательно, согласно (2.10), емкость сферического проводника равна

$$C = \frac{q}{\varphi} = 4\pi\epsilon_0 R. \quad (2.13)$$

Отсюда следует, что емкостью в 1 Ф обладает уединенный шар радиусом  $R = 9 \cdot 10^6$  км, т.е. фарад – очень большая величина. Поэтому на практике используют более мелкие единицы:  $1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф}$ ,  $1 \text{ пФ} = 10^{-12} \text{ Ф}$ .

## § 6. Конденсаторы

Для накопления большого заряда на уединенном проводнике проводник должен иметь очень большие размеры. На практике однако необходимо иметь устройства, которые могут накапливать большие заряды при малых размерах и небольших потенциалах относительно окружающих тел. Такие устройства должны состоять как минимум из двух проводников, и их называют конденсаторами.

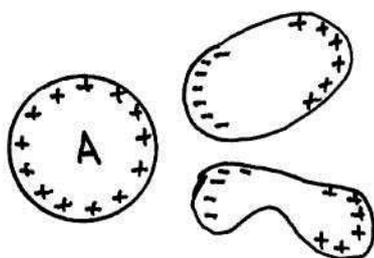


Рис. 10

Если взять заряженный проводник А и вблизи другие незаряженные проводники, то его емкость будет больше, чем если бы он был уединенным. Дело в том, что при сообщении проводнику А заряда  $q$  окружающие его проводники заряжаются в результате электризации через влияние (электростатическая индукция), причем отрицательные заряды будут у ближнего конца проводника, положительные – у дальнего конца (рис.10). Эти заряды ослабляют поле, создаваемое зарядом  $q$  проводника А, т.е. понижают его потенциал, что приводит к повышению его емкости.

Еще больше будет емкость, если взять просто два близко расположенных друг от друга проводника, заряды которых численно равны, но противоположны по знаку (зарядка конденсатора). По форме конденсаторы могут быть плоские (две плоские пластины), цилиндрические (два коаксиальные цилиндра) и сферические (две концентрические сферы). Самая большая емкость у плоского конденсатора.

Если разность потенциалов между пластинами равна  $\varphi_1 - \varphi_2$ , а заряд  $q$ , то взаимная емкость двух проводников определяется по формуле

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}. \quad (2.14)$$

Взаимной электроемкостью двух проводников называется физическая величина, численно равная заряду, который нужно перенести с одного проводника на другой для изменения равности потенциалов между ними на единицу.

Величина электроемкости определяется геометрией конденсатора, а также диэлектрическими свойствами среды между обкладками. Для плоского конденсатора напряженность между пластинами из уравнения (1.10)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0 S},$$

где  $\sigma$  - поверхностная плотность заряда,  $\varepsilon$  - диэлектрическая проницаемость среды,  $\varepsilon_0$  - вакуума,  $S$  - площадь обкладок.  $\varphi_1 - \varphi_2 = Ed = \frac{qd}{\varepsilon\varepsilon_0 S}$  и

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}. \quad (2.15)$$

Для цилиндрического конденсатора электроемкость

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln(\frac{r_2}{r_1})}, \quad (2.16)$$

где  $l$  - длина цилиндра,  $r_1$  и  $r_2$  - радиусы двух полых коаксиальных цилиндров ( $r_2 > r_1$ ).

Для сферического конденсатора

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}, \quad (2.17)$$

где  $r_1$  и  $r_2$  - радиусы двух сфер ( $r_2 > r_1$ ).

Для получения емкости определенного значения конденсаторы соединяют в батарею, при этом применяют параллельное и последовательное соединения.

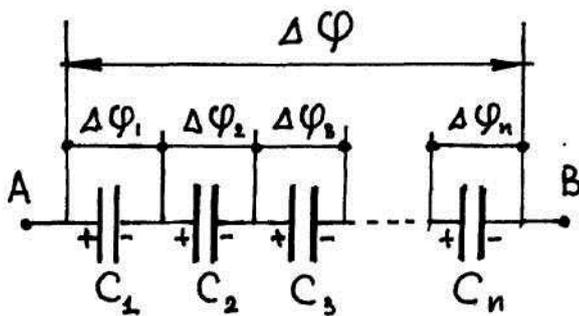


Рис. 11

а) При последовательном соединении конденсаторов заряды всех обкладок равны по модулю, а разность потенциалов на зажимах батареи (рис. 11)

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 + \Delta\varphi_3 + \dots + \Delta\varphi_n = \sum_{i=1}^n \varphi_i,$$

где для любого из рассматриваемых конденсаторов  $\Delta\varphi_i = q/C_i$ .

Следовательно, емкость батареи последовательно соединенных конденсаторов можно определить по формуле

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{C_i}\right). \quad (2.18)$$

Таким образом, при последовательном соединении конденсаторов результирующая емкость  $C$  всегда меньше наименьшей емкости, используемой в батарее.

б) При параллельном соединении (рис.12) разность потенциалов на обкладках конденсаторов одинакова и равна  $\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi$ . Общий заряд батареи параллельно соединенных конденсаторов равен сумме зарядов отдельных конденсаторов:  $q=q_1+q_2+q_3+\dots+q_n$ .

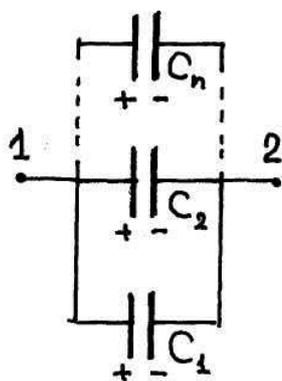


Рис. 12.

Так как заряд каждого конденсатора равен  $q_1 = C_1 \Delta\varphi$ ,  $q_2 = C_2 \Delta\varphi$  и т.д., то  $q = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) \Delta\varphi$  и тогда

$$C = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) = \sum_{i=1}^n C_i. \quad (2.19)$$

Таким образом, используя параллельное соединение большого числа конденсаторов, можно получить батареи, имеющие огромную емкость.

## § 7. Энергия электростатического поля. Плотность энергии

а) Энергия системы неподвижных точечных зарядов. Если взять два точечных заряда  $q_1$  и  $q_2$ , то формула (1.15), записанная в виде  $W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r}$ , будет определять энергию взаимодействия этих зарядов.

Энергия системы двух зарядов  $q_1$  и  $q_2$  измеряется работой, которую совершает сила электрического поля при удалении одного из этих зарядов в бесконечность. Если  $\varphi_{21}$  - потенциал поля первого заряда в точке, где находится второй заряд, и  $\varphi_{12}$  - потенциал поля второго заряда, где находится первый, то

$$W_{12} = q_1 \cdot \varphi_{12} = q_2 \cdot \varphi_{21} = \frac{1}{2} (q_1 \cdot \varphi_{12} + q_2 \cdot \varphi_{21}), \quad (2.20)$$

т.е. на каждый заряд приходится половина общей энергии взаимодействия зарядов  $q_1$  и  $q_2$ .

Для системы  $n$  неподвижных точечных зарядов

$$W_n = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i, \quad (2.21)$$

где  $\varphi_i$  - потенциал, создаваемый всеми зарядами, кроме  $i$ -го в точке, где находится  $i$ -й заряд.

б) Энергия заряженного проводника. Увеличение энергии проводника  $dW$  при получении им заряда  $dq$  измеряется произведением потенциала проводника  $\varphi$  на  $d\varphi$ :

$$dW = \varphi \cdot dq.$$

Энергия заряженного проводника

$$W = \int_0^W dW = \int_0^q \varphi \cdot dq = \int_0^q \frac{q}{C} dq = \frac{q^2}{2C}, \quad (2.22)$$

где  $q$  - полный заряд проводника,  $C$  - емкость проводника.

Учитывая связь заряда  $q$ , емкости  $C$  и потенциала  $\varphi$ :  $C = \frac{q}{\varphi}$ , найдем энергию проводника, заряженного зарядом  $q$  до потенциала  $\varphi$

$$W = \frac{q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2}. \quad (2.23)$$

в) Энергия заряженного конденсатора. При зарядке конденсатора совершается работа по переносу электрических зарядов с одной обкладки на другую против сил электрического поля с разностью потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ . Совершаемая работа идет на увеличение энергии конденсатора

$$dA = dW(\varphi_1 - \varphi_2) dq = U dq = \frac{q}{C} dq,$$

и энергия поля плоского конденсатора будет равна

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}. \quad (2.24)$$

Используя выражение для энергии, можно найти силу, с которой пластины конденсатора притягиваются друг к другу. Если расстояние между пластинами  $x$ , то при смещении пластин на  $dx$  совершается работа

$$dA = F \cdot dx$$

за счет уменьшения потенциальной энергии системы

$$Fdx = -dW,$$

или

$$F = -\frac{dW}{dx} = -\frac{d}{dx} \left( \frac{q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0 S} \cdot x \right) = -\frac{q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0 S}, \quad (2.25)$$

где знак минус указывает, что сила  $F$  стремится уменьшить  $x$ , т.е. является силой притяжения.

г) Объемная плотность энергии электростатического поля. Энергия поля плоского конденсатора будет равна

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SU^2}{2d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SE^2 d^2}{2d} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{E^2}{2} V,$$

где  $\vec{E}$  - напряженность электрического поля,  $V$  - объем плоского конденсатора.

Объемная плотность энергии электрического поля, т.е. энергия единицы объема, будет равна

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}^2. \quad (2.26)$$

Это соотношение остается справедливым и для произвольных полей.

## Глава III. Постоянный электрический ток

Если в проводнике создать электрическое поле, то носители заряда придут в упорядоченное движение. Это упорядоченное направленное движение называется *электрическим током*. Различают:

- а) ток проводимости, когда микроскопические электрические заряды перемещаются внутри неподвижного макроскопического тела (твердого, жидкого или газообразного);
- б) конвекционный ток, когда заряды переносятся вместе с макроскопическими частицами или телами, на которых они находятся;
- в) ток в вакууме, когда заряженные частицы (ионы или электроны) движутся в вакууме.

### § 1. Характеристики электрического тока

Электрический ток характеризуется *силой тока* – скалярной величиной, определяемой количеством электричества  $dq$ , проходящим через поперечное сечение проводника за малый промежуток времени  $dt$

$$i = \frac{dq}{dt}. \quad (3.1)$$

Электрический ток может быть определен направленным движением положительных ( $dq_+$ ) и отрицательных ( $dq_-$ ) зарядов, тогда

$$i = \frac{dq_+}{dt} + \frac{dq_-}{dt},$$

но направление тока определяется направлением движения положительных зарядов.

Электрический ток может быть распределен по поверхности, через которую он течет, неравномерно. В этом случае ток можно характеризовать плотностью тока  $\vec{j}$ . Плотность тока – это вектор, численно равный отношению силы тока  $di$  через расположенную перпендикулярно к направлению движения носителей заряда площадку  $dS_\perp$  к величине этой площадки

$$\vec{j} = \frac{di}{dS_\perp}. \quad (3.2)$$

За направление вектора  $\vec{j}$  принимается направление вектора скорости  $\vec{U}_+$ . Зная вектор плотности тока в каждой точке проводника, можно найти силу тока

$$i = \int_S \vec{j} dS.$$

Если известна концентрация носителей заряда ( $n_+$ ,  $n_-$ ), элементарные заряды ( $e_+$  и  $e_-$ ) и скорости направленного движения ( $U_+$  и  $U_-$ ), то плотность тока можно определить по формуле

$$\vec{j} = n_+ e_+ U_+ + n_- e_- U_-,$$

или, если  $en = \rho$  – объемная плотность заряда, то

$$\vec{j} = \rho_+ U_+ + \rho_- U_-.$$

Если за любые равные промежутки времени через поперечное сечение проводника проходят одинаковые заряды, ток называется постоянным (по ве-

личине и по направлению) и обозначается буквой  $I$ . Единица силы тока ампер (А) в СИ является основной.

## § 2. Сторонние силы. Электродвижущая сила и напряжение

Пусть на концах проводника длиной  $l$  имеется разность потенциалов  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ , которая создает внутри него электрическое поле напряженностью  $\vec{E}$ , направленное в сторону падения потенциала (рис.13). При этом в проводнике возникает электрический ток, который идет от большего потенциала ( $\varphi_1$ ) к меньшему ( $\varphi_2$ ).



Рис. 13

Движение положительных зарядов от  $\varphi_1$  к  $\varphi_2$  приводит к выравниванию потенциалов во всех точках. Электрическое поле в проводнике исчезнет, и ток прекратится. Очевидно, условием существования тока является наличие разницы потенциалов  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 \neq 0$ , а для ее поддержания необходимо иметь специальное устройство, в котором сторонние силы неэлектрической природы производят разделение электрических зарядов на концах проводника (рис.13). Такое устройство называется источником тока. В качестве источников тока используются гальванические элементы, аккумуляторы, термоэлементы, электрические генераторы.

Сторонние силы, перемещая электрические заряды, совершают работу  $A_{ст}$ . Физическая величина, равная отношению работы, совершаемой сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда вдоль всей цепи, включая и источник тока, к заряду, называется электродвижущей силой источника тока:

$$\mathcal{E} = \frac{A_{ст}}{q} \quad (3.3)$$

и измеряется в тех же единицах, что и потенциал  $\varphi$ , в вольтах (В).

Сторонняя сила  $\vec{F}_{ст}$ , действующая на заряд  $q$ , равна

$$\vec{F}_{ст} = \vec{E}_{ст} \cdot q,$$

где  $\vec{E}_{ст}$  - напряженность поля сторонних сил. Тогда работа сторонних сил над зарядом  $q$  на замкнутом участке цепи

$$A_{ст} = \oint F_{ст} dl = q \oint E_{ст} dl,$$

а электродвижущая сила (ЭДС), действующая в цепи,

$$\mathcal{E} = \oint E_{ст} dl. \quad (3.4)$$

На некотором участке цепи 1-2 на заряд  $q$  кроме сторонних сил действуют также силы электростатического поля  $\vec{F}_e = E_e \cdot q$ , поэтому работа, совершаемая над зарядом  $q$ , на участке 1-2 равна

$$A_{12} = q \int_1^2 E_{ст} dl + q \int_1^2 E_e dl.$$

Используя выражения (3.4) и (1.19), можем записать

$$A_{12} = q\mathcal{E}_{12} + q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Физическая величина, равная работе, совершаемой электростатическими и сторонними силами, при перемещении единичного положительного заряда на данном участке, называется **падением напряжения** или просто **напряжением**  $U$

$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}.$$

### § 3. Закон Ома. Сопротивление проводников

Экспериментально исследуя прохождение тока через проводники, немецкий физик Г.Ом (1787-1854) в 1826 г. установил, что сила тока  $I$ , текущего по однородному металлическому проводнику, пропорциональна напряжению  $U$  на концах проводника:

$$I = GU, \quad (3.5)$$

где  $G$  – проводимость проводника. Величина, обратная проводимости  $R = 1/G$ , называется сопротивлением проводника, и формула (3.5) будет записана в виде

$$I = U/R. \quad (3.6)$$

Уравнение (3.6) выражает **закон Ома в интегральной форме для участка цепи**. Единицей измерения сопротивления является 1 Ом – сопротивление проводника, в котором при напряжении 1 В течет постоянный ток силой 1 А. Единица проводимости – сименс (См): 1 См – проводимость участка электрической цепи сопротивлением 1 Ом.

Сопротивление проводника цилиндрической формы сечением  $S$  и длиной  $l$  определяется соотношением

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (3.7)$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление, которое измеряется в ом-метр (Ом·м). Самое маленькое удельное сопротивление у серебра ( $1,6 \cdot 10^{-8}$  Ом·м) и меди ( $1,7 \cdot 10^{-8}$  Ом·м). На практике кроме медных проводов применяют алюминиевые, хотя у них большее  $\rho$  ( $2,6 \cdot 10^{-8}$  Ом·м), но зато они легче в 3,3 раза.

Если в выражение для сопротивления (3.7) подставим закон Ома (3.6), получим

$$\frac{l}{S} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{U}{I}, \quad (3.8)$$

и, учитывая, что  $\frac{U}{l} = \vec{E}$  – напряженность электрического поля в проводнике,  $\frac{I}{S} = j$  – плотность тока, формулу (3.8) можно записать в виде

$$j = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \sigma \vec{E}, \quad (3.9)$$

где  $\sigma$  – удельная электрическая проводимость. Выражение (3.9) – закон Ома в дифференциальной форме.

При включении в цепь нескольких проводников при последовательном соединении их сопротивления складываются:

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n,$$

а при параллельном – суммируются обратные значения сопротивлений

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

Удельное сопротивление металлических проводников, а следовательно, и сопротивление, как показывает опыт, зависит от температуры линейно:

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \rho_0(1 + \alpha t) \\ R &= R_0(1 + \alpha t) \end{aligned} \right\}'$$

где  $\rho$  и  $\rho_0$ ,  $R$  и  $R_0$  – соответственно удельные сопротивления и сопротивления проводника при  $t$  и  $0^\circ \text{C}$ ,  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления.

Так как для чистых металлов  $\alpha=1/273$ , то температурная зависимость сопротивления может быть представлена в виде

$$R = \alpha R_0 T,$$

где  $T$  – абсолютная температура. Исследования этой зависимости для некоторых металлов (например Al, Pb, Zn и др.) и их сплавов при очень низких температурах  $T$  (0,14-20 К) показали, что их сопротивление скачком становится равным нулю. Это явление называется сверхпроводимостью. Впервые явление сверхпроводимости было открыто в 1911 г. Г. Камерлинг-Оннесом для ртути.

#### § 4. Работа и мощность тока

В однородном проводнике, к которому приложено напряжение  $U$ , за время  $dt$  через его сечение переносится заряд  $q=Idt$ . При перемещении заряда под действием электрического поля ток  $I$  совершает работу

$$dA = qU = IUdt. \quad (3.10)$$

Используя закон Ома, формулу (3.10) можно записать в виде

$$dA = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt. \quad (3.11)$$

Из (3.10) и (3.11) следует, что мощность тока

$$P = \frac{dA}{dt} = IU = I^2 R = U^2/R. \quad (3.12)$$

Если в проводнике течет ток и он остается неподвижным, то вся работа тока идет на его нагревание, т.е.  $dQ=dA$ . Используя выражения (3.10) и (3.11), получим

$$dQ = IUdt = I^2 R dt = U^2/R dt. \quad (3.13)$$

Формула (3.13) представляет собой **закон Джоуля-Ленца**, экспериментально установленный английским физиком Дж.Джоулем (1818-1889) в 1841 г. и независимо от него русским физиком Э.Х.Ленцем (1804-1865) в 1842 г.

Количество теплоты, выделяемой в единицу времени в единице объема, является плотностью тепловой мощности  $\omega$ :

$$\omega = \frac{dQ}{S dt},$$

где  $S$  – поперечное сечение проводника,  $l$  – длина проводника,  $dt$  – время прохождения тока.

Принимая во внимание, что  $dQ = I^2 R dt$ , а  $R = \rho \frac{l}{S}$ , получим

$$\omega = \frac{I^2 R dt}{S dt} = \frac{I^2 \rho}{S^2}.$$

Так как  $\frac{I}{S} = j$  – плотность тока, то

$$\omega = \rho j. \quad (3.14)$$

Используя закон Ома в дифференциальной форме ( $j = \sigma E$ ) и соотношение  $\rho = 1/\sigma$ , получим

$$\omega = jE = \sigma E^2. \quad (3.15)$$

Формулы (3.14) и (3.15) являются законом Джоуля-Ленца в дифференциальной форме, пригодным для любого проводника, для постоянного и переменного тока.

## § 5. Закон Ома для неоднородного участка и замкнутой цепи

Участок электрической цепи, на котором не действует ЭДС, называется однородным. Участок 1-2, где действует ЭДС, называется *неоднородным*. Напряжение на таком участке определяется по формуле

$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}, \quad (3.16)$$

где  $(\varphi_1 - \varphi_2)$  - разность потенциалов на концах участка 1-2,  $\varepsilon_{12}$  - ЭДС, действующая на участке 1-2.

Если сопротивление участка 1-2 равно  $R$ , то силу тока можно определить как

$$I = \frac{U_{12}}{R} = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}}{R}. \quad (3.17)$$

Выражение (3.17) представляет собой закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме.

Если неоднородный участок цепи 1-2 замкнут, то выбранные точки 1 и 2 совпадают и  $\varphi_1 = \varphi_2$ ; тогда из (3.17) получаем закон Ома для замкнутой (полной) цепи:

$$I = \varepsilon_{12}/R, \quad (3.18)$$

где  $\varepsilon_{12}$  - ЭДС, действующая в цепи, а  $R$  - суммарное сопротивление всей цепи. В общем случае сопротивление  $R=r+R_1$ ,  $r$  - внутреннее сопротивление источника,  $R_1$  - внешнее сопротивление цепи. Поэтому закон Ома для замкнутой (полной) цепи будет иметь вид

$$I = \varepsilon_{12}/(R_1 + r). \quad (3.19)$$

## § 6. Правило Кирхгофа для разветвленных цепей

Закон Ома позволяет рассчитать параметры замкнутой цепи без разветвлений. Однако на практике такие цепи редкое исключение. Обычно встречаются цепи, содержащие смешенные соединения проводников, и, кроме того, в этих цепях могут быть участки, содержащие ЭДС. Для расчета таких цепей используются два правила, которые были установлены в 1847 г. немецким физиком Г. Кирхгофом (1824-1887).

**Первое правило Кирхгофа:** алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю, если считать подходящие к узлу токи положительными и отходящие - отрицательными:

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0. \quad (3.20)$$

Узлом в разветвленной цепи называется точка, где сходятся три и более проводников. Первое правило выражает закон сохранения электрического заряда. В противном случае в узлах осуществилось бы накопление заряда, так как за единицу времени к узлу подходило бы и от узла уходило бы разное количество электричества.

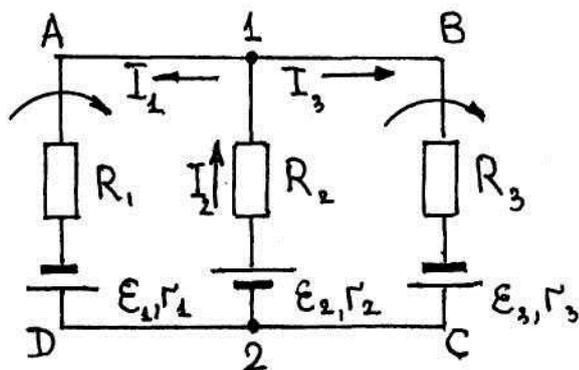


Рис 14.

Например, в цепи с разветвлениями, изображенной на рис.14, узлов два (1 и 2). При выбранном направлении токов для узла 1 первое правило запишется в виде

$$I_2 - I_1 - I_3 = 0.$$

Если значение какого-либо из токов в результате решения получится отрицательным, это значит, что выбранное направление следует изменить на противоположное.

**Второе правило Кирхгофа**, которое является обобщенным законом Ома для разветвленных цепей, гласит, что в любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвленной электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивления (включая и внутренние) соответствующих участков этого контура (падения напряжений) равна алгебраической сумме ЭДС  $\varepsilon$ , встречающихся в этом контуре

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i. \quad (3.21)$$

Контуром называется замкнутый участок в разветвленной цепи. В представленной на рис.14 цепи таких контуров три: первый A12DA, второй 1BC21, третий ABCDA. Для первого контура второе правило запишется в виде:

$$-I_1 R_1 - I_1 r_1 - I_2 R_2 - I_2 r_2 = -\varepsilon_1 - \varepsilon_2;$$

для второго контура

$$I_2 R_2 + I_2 r_2 + I_3 R_3 + I_3 r_3 = \varepsilon_2 + \varepsilon_3.$$

При обходе контура ЭДС берется со знаком «+», если ЭДС потенциал повышается.

## Глава IV. Электрические токи в различных средах и вакууме

### § 1. Электрический ток в металлах

В начале прошлого столетия голландским физиком Г.А. Лоренцем (1853-1928) и немецким физиком П. Друде (1863-1096) была создана классическая электронная теория проводимости металлов, основанная на том, что электроны в металлах свободно перемещаются по всему объему проводника.

а) *Электронная теория проводимости металлов.* В металлической связи атомы при сближении теряют с внешней электронной оболочки так называемые валентные электроны и образовавшиеся положительные ионы объединяются в виде правильной кристаллической решетки. Потерявшие связь со своими атомами свободные электроны хаотически движутся в металле, как бы стягивая положительные ионы. Поведение свободных электронов можно рассматривать подобно поведению молекул газа, т.е. свободные электроны будут представлять собой своеобразный *электронный газ*, к которому применимы законы кинетической теории идеального газа.

Если приложить к металлическому проводнику разность потенциалов, то возникшее электрическое поле напряженностью  $\vec{E}$  вызовет упорядоченное движение свободных электронов со скоростью  $V$ , которое будет накладываться на их хаотическое движение.

Основное положение электронной теории о том, *что ток в металлах обусловлен направленным движением свободных электронов*, было подтверждено рядом экспериментов. Первый опыт провел в 1901 г. немецкий физик К. Рикке (1845-1915). Он пропускал в течение года ток через три металлических цилиндра, плотно прижатых торцами друг к другу; наружные были медные, внутренний – алюминиевый. За год через цилиндры прошел заряд 3,5 Мкл, но никакого взаимопроникновения металлов не произошло. Отсюда был сделан вывод: ток в металлах обусловлен не движением ионов, а движением одинаковых для всех металлов частиц – электронов.

В 1913 г. русские физики Л.И. Мандельштам (1879-1944) и Н.Д. Папалекси (1880-1947) провели опыт, который стал более доказательным, что проводимость в металлах обусловлена электронами. Они брали намотанный на катушку металлический проводник, к концам которого присоединяли телефон. Катушку приводили в колебательное движение вокруг оси. За счет движения свободных электронов по инерции в проводнике возникал электрический ток и телефон издавал звук.

Эксперимент был усовершенствован американскими физиками Т. Стюартом и Р. Толменом (1916 г.). Катушка приводилась в быстрое вращательное движение вокруг оси и затем резко тормозилась. Выводы катушки замкнуты на баллистический гальванометр. При торможении через гальванометр проходит импульс тока, связанный с инерцией свободных зарядов в проводнике катушки. Проведенный опыт позволил определить отношение заряда к массе элементарного носителя заряда в металле  $\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^{11}$  Кл/кг (удельный заряд). Полу-

ченный результат совпадает с отношением  $\frac{e}{m}$  для электрона. Таким образом, опыт Стюарта и Толмена установил, что носителями электрического тока в металлах являются свободные электроны.

Электронная теория дала качественное объяснение законов Ома, Джоуля-Ленца, взаимосвязь теплопроводности и электропроводности и количественно объяснила их. Рассмотрим, как это было сделано.

Если внутри металла создано однородное электрическое поле напряженностью  $\vec{E}$ , то на электрон действует сила  $\vec{F} = e\vec{E}$ , сообщая ему ускорение в промежутке между положительными ионами кристаллической решетки металла. За время свободного пробега  $\tau$  скорость направленного движения электрона возрастает от 0 до  $V_{max} = \frac{eE}{m}\tau$ .

Если  $\tau = \lambda/\bar{U}$ , где  $\lambda$  - длина свободного пробега,  $\bar{U}$  - средняя скорость хаотического движения электрона, то в среднем электрон движется направленно со скоростью

$$V_{cp} = \frac{e\vec{E}}{2m} \lambda/\bar{U}.$$

Если концентрация свободных зарядов  $n$ , то плотность тока

$$j = enV_{cp} = \frac{ne^2\lambda}{2m\bar{U}} \vec{E}.$$

Это выражение есть закон Ома в электронной теории Друде-Лоренца, записанный в дифференциальной форме, удельная проводимость

$$\sigma = \frac{ne^2\lambda}{2m\bar{U}} = \frac{1}{\rho}, \quad (4.1)$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление.

В конце свободного пробега электрон приобретает дополнительную кинетическую энергию, средняя величина которой равна

$$\Delta W = \frac{mV_{max}^2}{2} = \frac{e^2 E^2 \lambda^2}{2m\bar{U}^2} = \frac{e^2 \lambda^2}{2m\bar{U}} E^2.$$

Следовательно, в единице объема за единицу времени должно выделиться

$$\mathcal{W} = \frac{n\Delta W}{\tau} = n \frac{e^2 \lambda}{2m\bar{U}} E^2,$$

где  $\sigma = \frac{ne^2\lambda}{2m\bar{U}}$  и  $\mathcal{W} = \sigma \vec{E}^2$ . Это есть закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме по теории Друде-Лоренца.

Из опыта известно, что металлы с высокой электропроводностью имеют и большую теплопроводность. Видеман и Франц в 1853 г. экспериментально доказали, что отношение теплопроводности  $\kappa$  к удельной электропроводности  $\sigma$  для всех металлов при одной и той же температуре одинаково и увеличивается пропорционально абсолютной температуре

$$\frac{\kappa}{\sigma} = \beta T,$$

где  $\beta$  - постоянная, не зависящая от рода металла.

Электронная теория проводимости металлов позволила найти значение  $\beta$ :  $\beta = 3 \left( \frac{k^2}{e^2} \right)$ , где  $k$  – постоянная Больцмана,  $e$  – заряд электрона. Это значение хорошо согласуется с экспериментальными результатами, полученными Видеманом и Францем.

б) **Недостатки классической электронной теории проводимости металлов.** Классическая теория металлов дала объяснение законов Ома и Джоуля-Ленца, а также качественно объяснила закон Видема-Франца, однако некоторые выводы электронной теории оказались противоречащими опытными данными. Это прежде всего касается зависимости удельного сопротивления от температуры. Согласно опыту

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t) = \rho_0 \left(1 + \frac{1}{273} t\right) = \rho_0 \frac{273+t}{273} = \rho_0 \frac{T}{T_0} \sim T,$$

где  $\rho_0$  - удельное сопротивление при  $T_0=273$  К.

Из теории же согласно формуле (4.1)

$$\rho = \frac{2m\bar{v}}{e^2 n \lambda} = \frac{2m}{e^2 n \lambda} \sqrt{\frac{8RT}{\pi m}} \sim T^{1/2},$$

т.е. удельное сопротивление по электронной теории пропорционально  $\sqrt{T}$ , а на практике  $\rho$  пропорционально  $T$ .

Электронная теория проводимости вступает в противоречие с опытом и по поводу количественной оценки мольной теплоемкости металлов. Согласно закону Дюлонга и Пти теплоемкость металлов равна  $3R$ . Учитывая, что теплоемкость электронного газа равна  $3/2R$ , получаем теплоемкость  $4,5R$ . Однако опыт показывает, что она равна  $3R$ , т.е. наличие электронов проводимости не оказывает влияние на теплоемкость металлов.

Несмотря на неспособность классической электронной теории дать объяснение ряду явлений, она сохранила значение до сих пор, так как обладает значительной простотой и наглядностью.

## § 2. Работа выхода электронов из металла. Термоэлектронная эмиссия

Электроны в металле, совершая беспорядочное тепловое движение, могут вылететь за пределы металла, и у его поверхности образуется электронное облако. Сама поверхность заряжается положительно. Эти заряды и электронное облако образуют двойной электрический слой, электрическое поле которого препятствует вылету электронов из металла.

**Наименьшая работа, которую должен совершить электрон для выхода из металла в вакуум, называется работой выхода.** Работа выхода зависит от химической природы металла и состояния его поверхности. Загрязнения поверхности заметно уменьшают работу выхода. Работа выхода для чистых металлов составляет от 1,8 эВ до 6,3 эВ ( $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Дж).

Если сообщить электронам в металлах энергию, необходимую для преодоления работы выхода, то часть электронов может покинуть металл. Это явление называется электронной эмиссией («испарение»). Эмиссию можно получить следующими способами:

1) Нагреть металл до очень высокой температуры, при этом электроны в результате теплового движения приобретают большую кинетическую энергию и могут преодолевать работу выхода. Такая эмиссия будет **термоэлектронной**;

2) Воспользоваться сильным электрическим полем, которое «срывало» бы электроны с поверхности металла. Такая эмиссия электронов называется *холодной* или *автоэлектронной*;

3) Облучить металл электромагнитным излучением (светом, ультрафиолетовыми или рентгеновскими лучами). Такой способ эмиссии называется *фотоэлектрическим эффектом*;

4) Произвести бомбардировку поверхности металла электронами, ионами или другими частицами. Если эта бомбардировка производится электронами, то эмиссия обусловлена тем, что число вылетающих электронов больше, чем число бомбардирующих электронов, в  $1,2 \div 1,8$  раза, а для поверхностей, покрытых тонким слоем окислов, – в десятки раз; такой способ вырывания называется *вторичной электронной эмиссией*.

### § 3. Термоэлектрические явления

В 1797 г. итальянский физик А.Вольта (1745-1827) экспериментально установил, что при плотном контакте двух различных металлов возникает между ними разность потенциалов. Он установил два закона:

1. Контактная разность потенциалов зависит от химического состава металлов и температуры.

2. Контактная разность потенциалов при последовательном соединении нескольких металлов равна разности потенциалов, которая возникнет, если бы были соединены только концевые проводники.

Рассмотрим причины, вызывающие контактную разность потенциалов. Приведем в контакт два металла 1 и 2, причем  $A_2 > A_1$  ( $A_1$  и  $A_2$  – работы выхода). Очевидно, что электрон, попавший на раздел металлов, будет втянут во второй металл, так как со стороны второго металла действует большая сила ( $A_2 > A_1$ ). Следовательно, через поверхность соприкосновения происходит перекачка свободных электронов из первого во второй металл. Происходить это будет до тех пор, пока работа по перемещению электрона за счет контактной разности потенциалов не станет равной разности работ выхода:

$$e(\varphi'_1 - \varphi'_2) = A_2 - A_1,$$

или

$$\varphi'_1 - \varphi'_2 = -\frac{(A_1 - A_2)}{e}. \quad (4.2)$$

Различие в работах выхода не единственная причина появления контактной разности потенциалов. Формула (4.2) получена при условии, что концентрация свободных электронов в металлах одинакова. Если же предположить, что концентрация электронов  $n_1$  в металле 1 больше, чем концентрация электронов  $n_2$  в металле 2 ( $n_1 > n_2$ ), то начнется преимущественный перенос электронов из первого металла во второй, в результате чего первый металл зарядится положительно, а второй отрицательно. Между металлами возникнет разность потенциалов  $\varphi''_1 - \varphi''_2$ , которая равна

$$\varphi''_1 - \varphi''_2 = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2}, \quad (4.3)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана,  $T$  – абсолютная температура.

Полная контактная разность потенциалов будет равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{(A_1 - A_2)}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2}. \quad (4.4)$$

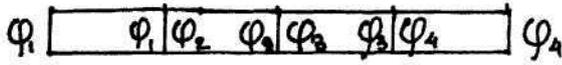


Рис. 15

Из формулы (4.4) непосредственно следует первый закон Вольта. Для вывода второго закона составим цепь из нескольких металлических проводников, соединенных последовательно (например, четырех) и имеющих одинаковую температуру (рис.15). Очевидно, что

$$\varphi_1 - \varphi_4 = (\varphi_1 - \varphi_2) + (\varphi_2 - \varphi_3) + (\varphi_3 - \varphi_4),$$

и, учитывая (4.4), получим

$$\varphi_1 - \varphi_4 = -\frac{(A_1 - A_4)}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_4}.$$

Если теперь соединить между собой концевые проводники (т.е. цепь замкнуть), то существующая между ними разность потенциалов компенсируется равной разностью потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_4$ , возникающей в месте контакта проводников 1 и 4. Поэтому контактная разность потенциалов не создает тока в замкнутой цепи металлических проводников, имеющих одинаковую температуру. Однако если температура контактов не одинакова, то в цепи возникает электрический ток, называемый термоэлектрическим. Это явление обнаружил немецкий физик Т. Зеебек (1770-1831).

Рассмотрим замкнутую цепь, состоящую из двух металлических проводников 1 и 2 с температурами спаев  $T_a$  и  $T_b$  ( $T_a > T_b$ ) (рис.16). При разной температуре спаев в цепи появляется ЭДС

$$\begin{aligned} \varepsilon = (\varphi_1 - \varphi_2)_a + (\varphi_2 - \varphi_1)_b &= \left( -\frac{(A_1 - A_2)}{e} + \frac{kT_a}{e} \ln \frac{n_1}{n_2} \right) - \\ &- \left( -\frac{(A_2 - A_1)}{e} + \frac{kT_b}{e} \ln \frac{n_1}{n_2} \right) = \frac{k}{e} \ln \frac{n_1}{n_2} (T_a - T_b), \end{aligned}$$

откуда

$$\varepsilon = \alpha(T_a - T_b), \quad (4.5)$$

где  $\alpha = \frac{k}{e} \ln \frac{n_1}{n_2}$  - удельная термоэлектродвижущая сила (в мкВ/град).

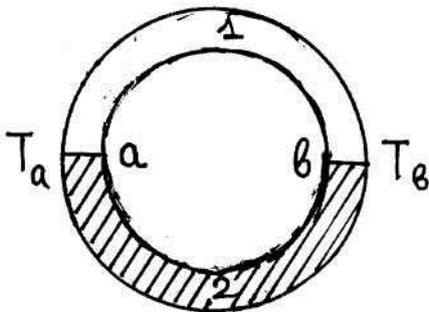


Рис. 16

Такое устройство, состоящее из двух разнородных проводников, может быть использовано для измерения температур. Оно носит название термопары. Термопары также могут использоваться в качестве источника тока, если их соединить в батарею. Правда, КПД такой батареи не превышает 5%.

Явление, обратное возникновению термоэдс, было открыто в 1834 г. французским физиком Ж. Пельтье (1785-1845). Он обнаружил, что если через термопару, спаи которой находятся при одинаковой температуре ( $T_1 = T_2$ ) пропускается электрический ток от внешнего ЭДС, то температура одного спаи начнет повышаться, а другого понижаться, т.е. дополнительно к джо-

улевой теплоте в одном спае будет выделяться, а в другом поглощаться теплота. Явление Пельтье можно использовать для создания холодильных машин.

#### § 4. Ток в полупроводниках

Проводники имеют удельное сопротивление  $\rho_{\text{п}} \approx 10^{-7}$  Ом · м, а диэлектрики  $\rho_{\text{д}} \approx 10^8$  Ом · м. Вещество, у которых удельное сопротивление  $\rho$  лежит между  $\rho_{\text{п}}$  и  $\rho_{\text{д}}$ , называют полупроводниками. При высоких температурах полупроводники по электропроводности приближаются к металлам, а при низких температурах являются хорошими изоляторами. Типичными представителями полупроводников являются кремний, германий, селен, теллур (элементы IV группы таблицы Менделеева), менее ярко полупроводниковые свойства проявляются у оксидов, сульфидов, селеноидов и некоторых сплавов.

Как и у металлов, проводимость полупроводников обусловлена перемещением электронов. Но в полупроводниках характер поведения электронов обуславливают, в отличие от металлов, некоторые особенности. Во-первых, *сопротивление полупроводников уменьшается с повышением температуры*. Во-вторых, *электрический ток обусловлен не только перемещением свободных электронов, но и перемещением связанных (с атомами) электронов* (получивших название *дырок*). В-третьих, *небольшое количество примеси может сильно изменить сопротивление полупроводника*.

Различают *собственные* и *примесные* полупроводники. Собственными полупроводниками являются химически чистые полупроводники. Рассмотрим например, германий. Этот элемент четырехвалентный, т.е. у него на внешней электронной оболочке четыре электрона, каждый из которых одновременно принадлежит одному из четырех соседних атомов германия. Таким образом, связи между атомами осуществляются парами электронов. Плоская схема электронных связей изображена на рис. 17 (линиями показаны электронные связи).

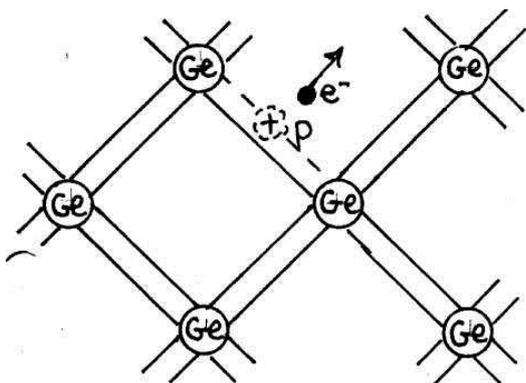


Рис. 17

При низких температурах и отсутствии других внешних факторов полупроводники ведут себя как диэлектрики. Под влиянием внешнего воздействия (нагревание, освещение и т.п.) некоторые связи рвутся и электрон становится свободным. Уход электрона равносителен появлению в области бывшей связи положительного заряда  $P$ , равного по величине заряду электрона (рис.17). Такой положительный заряд принято называть *дыркой*. Итак, *одновременно* с возникновением свободного электрона образуется дырка. Проводимость собственных полупроводников, обусловленная электронами, называется *электронной проводимостью* или *проводимостью n-типа* (от лат. negative – отрицательный). Проводимость, обусловленная квазичастицами (дырками),

называется *дырочной проводимостью* или *проводимостью p-типа* (от лат. positive – положительный).

При повышении температуры число свободных электронов в полупроводнике возрастает; увеличение концентрации свободных электронов повышает проводимость и соответственно снижает сопротивление полупроводников. С другой стороны, с ростом температуры усиливается хаотическое движение атомов полупроводника, тем самым затрудняется упорядоченное движение электронов, что вызывает увеличение сопротивления полупроводника. Однако влияние роста концентрации свободных электронов на сопротивление полупроводника преобладает над влиянием усиления хаотического движения атомов. Поэтому с повышением температуры сопротивление полупроводника уменьшается. В металле же концентрация свободных электронов при увеличении температуры не меняется, а усиление хаотического движения атомов металла приводит при повышении температуры к возрастанию сопротивления.

В *чистых* полупроводниках проводимости n- и p-типа одинаковы. Такая *электронно-дырочная* проводимость называется *собственной проводимостью полупроводника*. Однако идеально чистых полупроводников в природе нет. Между тем наличие даже небольшой концентрации примеси оказывает большое влияние на проводимость полупроводника, создавая *примесную проводимость*. Примеси, приводящие к увеличению концентрации свободных электронов, называются *донорными* (дающими), а такие примесные полупроводники называются полупроводниками n-типа. Примеси, которые приводят к увеличению концентрации дырок, называются *акцепторными* (принимающими), а полупроводники будут p-типа.

Рассмотрим возникновение примесных полупроводников n- и p-типа на примере того же германия. Введем в германий *пятивалентный мышьяк*, который станет на место атома германия. Каждый атом мышьяка войдет в связь четырьмя своими валентными электронами с четырьмя соседними атомами германия. Пятый электрон окажется свободным. Примесь мышьяка в количестве 0,0001% увеличивает число свободных электронов в германии в 1000 раз.

Введение в германий трехвалентного индия приводит к тому, что атом индия войдет в соединение тремя внешними электронами с тремя соседними атомами германия, а одна связь будет отсутствовать, т.е. образуется дырка. В результате при введении трехвалентной примеси германий обогатится дырками и примесная дырочная проводимость станет в нем основной. Таким образом, путем введения в полупроводник малых доз соответствующих примесей можно в широких пределах изменять величину и тип проводимости полупроводника.

Важное значение с практической точки зрения имеет контакт двух полупроводников с различным типом проводимости – электронным и дырочным. Такой контакт носит название n-p-переход. Так как в контактирующих полупроводниках в одном много электронов, а в другом – много дырок, то начнется диффузия электронов из полупроводника n-типа в полупроводник p-типа. В результате пограничный слой со стороны p-полупроводника заряжается отрицательно, а со стороны n-проводника – положительно (рис.18).

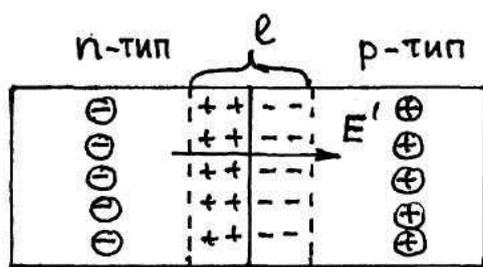


Рис. 18

В этом слое возникает электрическое поле с напряженностью  $E'$ , которое будет препятствовать дальнейшему переходу электронов. Толщина слоя  $l \approx 10^{-5}$  см, а контактная разность в слое – порядка 0,1 В. Такую разность потенциалов могут преодолеть только электроны и дырки с большой кинетической энергией, соответствующие температуре в несколько тысяч кельвинов. При нормальных температурах переход электронов из полупроводников n-типа в полупроводник p-типа затруднен, а из p-типа в n-типа затруднен переход дырок. Поэтому пограничный слой  $l$  называется *запирающим*.

Сопротивление запирающего слоя можно изменить с помощью внешнего электрического поля. Если напряженность внешнего электрического поля  $E$  будет совпадать с напряженностью запирающего слоя  $E'$ , то электроны и дырки еще дальше уйдут от места контакта полупроводников. Запирающий слой расширится, и его сопротивление возрастет. Ток через контакт проходить не будет. Точнее, ток будет очень слабый, обусловленный собственной проводимостью. Такая ситуация будет наблюдаться, если на полупроводнике n-типа будет положительная полярность, а на p-типа – отрицательная.

Если изменить полярность приложенного внешнего напряжения, то напряженность  $E$  внешнего поля будет направлена противоположно напряженности  $E'$  и электроны и дырки будут перемещаться навстречу друг другу. Запирающий слой сузится и даже может исчезнуть, и его сопротивление уменьшится. Через полупроводники пойдет сильный ток. Таким образом, p-n-переход обладает односторонней проводимостью, т.е. является *диодом*.

Из полупроводников n- и p-типа можно составить термопару. ТермоЭДС полупроводниковых термопар в 100 раз больше, чем у металлических термопар, а их коэффициент полезного действия доходит до 8%.

## § 5. Ток в жидкостях

Вещества, раствор которых в воде и других диэлектрических жидкостях проводит электрический ток, называются *электролитами*. Электропроводность электролитов обусловлена наличием в них положительных и отрицательных ионов, образовавшихся при *электролитической диссоциации* как молекул самой жидкости, так и молекул растворенного вещества.

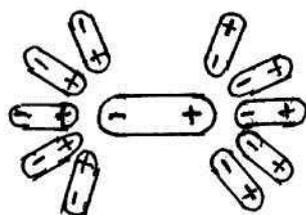


Рис. 19.

Молекулы электролита и растворителя являются дипольными. Поэтому в растворе каждую молекулу электролита окружает группа молекул растворителя, которые разрывают молекулу электролита (рис. 19). В результате большинство молекул электролита распадаются на положительные ионы (*катионы*) и отрицательные ионы (*анионы*). Например, молекулы NaCl распадаются в воде на катионы  $\text{Na}^+$  и анионы  $\text{Cl}^-$ . Этот процесс и назы-

вается электролитической диссоциацией. В отсутствие электрического поля ионы электролита движутся хаотически. При наличии электрического поля начинается упорядоченное движение катионов и анионов. В жидкости возникает электрический ток. Такого рода проводимость называется *ионной*.

Плотность тока  $j$  в жидкости равна

$$j = q_+ \cdot n_+ \cdot U_+ + q_- \cdot n_- \cdot U_-, \quad (4.6)$$

где  $q_+$  и  $q_-$  - заряды катионов и анионов,  $n_+$  и  $n_-$  - концентрации этих ионов,  $U_+$  и  $U_-$  - средние скорости упорядоченного движения этих ионов.

Учитывая, что  $q_+ \cdot n_+ = q_- \cdot n_- = qn$ , и, что  $q = ze$ , где  $z$  – валентность иона,  $e$  – заряд электрона, получим

$$j = ezn(U_+ + U_-). \quad (4.7)$$

Скорости движения ионов определяются из условия, что в электрическом поле на ион действуют две силы. С одной стороны электрическая сила  $F_Э = qE$ , где  $E$  – напряженность поля. С другой стороны, если считать ион шаром с радиусом  $r$ , то на ион действует сила сопротивления, определяемая законом Стокса

$$F_{тр} = 6\pi\eta rU,$$

где  $\eta$  - вязкость жидкости. При установившемся движении  $F_Э = F_{тр}$ , тогда

$$U = \frac{qE}{6\pi\eta r} = \alpha E, \quad (4.8)$$

где  $\alpha = \frac{q}{6\pi\eta r}$  - подвижность иона.

При комнатной температуре  $\alpha \approx 5 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2 / (\text{В} \cdot \text{с})$ .

Учитывая (4.8), выражение для плотности тока запишется в виде

$$j = ezn(\alpha_+ + \alpha_-)E. \quad (4.9)$$

С учетом закона Ома в дифференциальной форме  $j = \sigma E$ , получим удельную электропроводность жидкости в виде

$$\sigma = ezn(\alpha_+ + \alpha_-). \quad (4.10)$$

Подходя к электродам при прохождении тока через жидкость, ионы электролита нейтрализуются и оседают на электродах или же выделяются около электрода в виде газа. Выделение на электродах продуктов разложения раствора электролита называется *электролизом*. Количественные закономерности при электролизе в 1836 г. установил английский физик М.Фарадей.

Если за время  $t$  у электрода нейтрализуется  $n'$  ионов, т.е. нейтрализуется заряд  $q = eZn'$ , то на электроде оседает масса вещества  $M = mn'$ , где  $m$  – масса иона. Отношение  $M/q=k$  является *электрохимическим эквивалентом*. Тогда

$$M = qk = kIt \quad (4.11)$$

выражает первый закон Фарадея.

Электрохимический эквивалент

$$k = \frac{M}{q} = \frac{mn'}{eZn'} = \frac{m}{eZ}.$$

Домножим числитель и знаменатель на число Авагадро и после преобразований получим

$$k = \frac{N_A m}{N_A eZ} = \frac{\mu}{N_e eZ} = \frac{\mu}{FZ}, \quad (4.12)$$

где  $F = N_A e = 9,65 \cdot 10^4$  Кл/моль – число Фарадея,  $\mu/Z$  – химический эквивалент. Следовательно, электрохимический эквивалент пропорционален химическому эквиваленту – это второй закон Фарадея.

Объединив оба закона, получим

$$M = \frac{1}{F} \cdot \frac{\mu}{Z} \cdot q = \frac{1}{F} \cdot \frac{\mu}{Z} \cdot I \cdot t. \quad (4.13)$$

Электролиз находит весьма широкое применение в технике. В 1838 г. русский физик Б.С. Якоби (1801-1874) применил электролиз для изготовления металлических слепков с рельефных изделий (*гальванопластика*). Модель из воска покрывается проводящим слоем графита, а затем включается в качестве катода при электролизе. Электролитом служит раствор соли, содержащий металл, из которого хотят получить слепок. Полученный слепок легко отделяется от катода.

С помощью электролиза наносят на поверхность металлических изделий тонкий слой другого металла (*гальваностегия*). Это делается с декоративными целями (золочение, серебрение, платинирование), а также для создания антикоррозийных покрытий (никелирование, хромирование, кадмирование и др.). Путем электролиза расплавленных руд получают алюминий, натрий, магний, бериллий и некоторые другие металлы. Например, сырьем для получения алюминия служат обычно бокситы, содержащие глинозем ( $Al_2O_3$ ). В качестве электродов применяются угольные электроды.

Электролиз применяют также для рафинирования (очистки) металла. Для этого пластина из очищаемого металла включается в качестве анода. Электролитом служит раствор соли очищаемого металла. При соответствующем токе на катоде будет только данный металл, а примеси выпадут в осадок.

## § 6. Электрический ток в газах

Газы при атмосферном давлении являются хорошими изоляторами. Переносчики зарядов в них почти отсутствуют. Проводящим электрический ток газ становится только в том случае, когда происходит ионизация молекул газа. При ионизации из молекулы газа под влиянием внешнего воздействия вырывается электрон, в результате чего молекула становится *положительным ионом*. Вырвавшийся электрон может оставаться свободным или может присоединиться к нейтральной молекуле, превращая ее в *отрицательный ион*. Таким образом, в ионизированном газе имеются катионы, анионы и свободные электроны. Ионизация происходит под действием тепла, при облучении ультрафиолетовым, рентгеновским или  $\gamma$  - излучением.

Наряду с ионизацией в газе идет и обратный процесс, процесс рекомбинации электронов. В результате устанавливается равновесное состояние, характеризующееся определенной концентрацией носителей зарядов, зависящей от мощности внешнего воздействия (ионизатора).

При приложении внешнего электрического поля в ионизированном газе возникает ток. Если действие ионизатора прекращается, концентрация ионов в газе быстро падает до нуля и ток исчезает. Ток, для существования которого

необходим внешний ионизатор, называется *несамостоятельным газовым разрядом*.

Если приложить настолько большую разность потенциалов, чтобы имеющиеся в газе ионы, разгоняясь в электрическом поле, приобретали энергии, достаточные для ионизации нейтральных молекул при столкновении с ними, в этом случае каждый ион при одном столкновении вызывает появление двух или нескольких ионов; эти ионы в свою очередь разгоняются в поле и разбивают нейтральные молекулы на ионы. Таким образом, число ионов в газе быстро растет и газ приобретает заметную проводимость; такая проводимость называется самостоятельной.

На рис.20 представлен экспериментальный график зависимости силы тока  $I$  в газе от напряженности  $E$  поля или от напряжения между катодом и анодом источника поля, поскольку  $E=U/l$ , где  $l$  – расстояние между электродами.

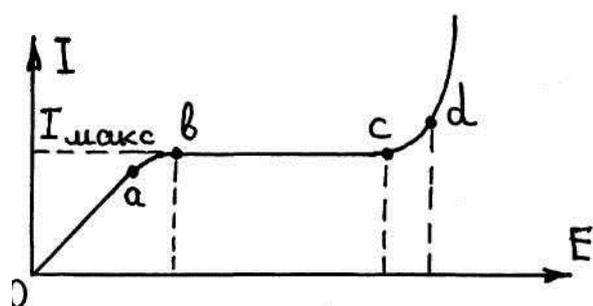


рис. 20

На участке кривой Oa сила тока возрастает приблизительно пропорционально напряженности поля, т.е. по закону Ома. Это объясняется тем, что с увеличением напряженности возрастает скорость упорядоченного движения ионов, а следовательно, и количество электричества, приходящего к электродам. На этом участке плотность тока определяется по формуле

$$j = qn_0(\alpha_+ + \alpha_-)E, \quad (4.14)$$

где  $q$  – заряд иона,  $n_0$  – количество положительных (и отрицательных) ионов в единице объема,  $\alpha_+$  и  $\alpha_-$  – подвижности положительных и отрицательных ионов.

Возрастание силы тока прекращается тогда, когда напряженность поля достигнет величины, при которой все ионы и электроны, создаваемые внешним ионизатором за 1 с, будут за это же время подходить к электродам. Максимальный ток  $I_{\max}$  называется *током насыщения* (участок bc). Сила тока насыщения пропорциональна мощности ионизатора.

При достаточно большой напряженности поля начинается самоионизация газа, а при дальнейшем увеличении напряженности наступает самостоятельный газовый разряд. Таким образом, участок кривой Od соответствует самостоятельному газовому разряду, а ветвь кривой, лежащая правее точки d, – самостоятельному газовому разряду. Характер и тип самостоятельного газового разряда зависит от давления, температуры и химического состава газа, а также от материала, формы, размеров и взаимного расположения электродов. Различают следующие виды самостоятельных газовых разрядов:

1) *тихий разряд* происходит при слабой плотности тока в газе и не сопровождается испусканием света и звука;

2) *тлеющий разряд* представляет собой ток через разряженный газ при высоких напряжениях (давление  $\approx 1$  мм рт.ст., напряжение – несколько сот вольт). Проводимость в этом случае обусловлена главным образом движением

электронов и положительных ионов, выбивающих электроны с катода. Сопровождается заряд холодным свечением. Газосветные трубки, наполненные гелием, неоном, криптоном и другими газами, испускают излучение различного цвета;

3) *дуговой разряд* происходит при больших плотностях тока ( $1000 \text{ А/мм}^2$ ) и небольших напряжениях (десятки вольт), сопровождается сильным свечением и высокой температурой ( $3000\text{-}6000^\circ\text{С}$ ). Электрический ток представляет собой движение электронов, вылетающих из раскаленного катода, и ионов, образующихся при тепловых столкновениях. Применяется при сварке и освещении;

4) *искровой разряд*, представляющий собой электрический пробой газов при кратковременном лавинообразном возрастании числа ионов в нем. Для этого необходимо приложить к газу высокое напряжение, необходимое для обеспечения ионизации при столкновениях;

5) *коронный разряд* происходит при слабых электрических токах в газах при атмосферном давлении в том случае, если в некоторых точках возникает очень большое значение напряженности электрического поля; это происходит возле остриев, возле тонких проводов высокого напряжения. Наблюдается слабое свечение около электродов.

## § 7. Электрический ток в вакууме

Электрический ток через вакуум осуществляется с помощью вакуумированной трубки, к электродам которой подводится напряжение.

Носителями зарядов являются электроны, которые возникают при нагревании катода в результате термоэмиссии. Пучок электронов иногда называется в этом случае *катодными лучами*.

Ток в вакууме между накаленным катодом и анодом не подчиняется закону Ома. Причина этого в образовании вблизи катода электронного облака, создающего объемный отрицательный заряд.

Ток подчиняется в этом случае закону Богуславского-Ленгмюра, согласно которому ток  $I$  растет пропорционально разности потенциалов  $U$  в степени  $3/2$ :

$$I = \alpha U^{3/2}, \quad (4.15)$$

где  $\alpha$  – коэффициент пропорциональности.

При больших разностях потенциалов ток достигает насыщения. Ток насыщения  $I_{\text{нас}}$  определяется числом электронов, испускаемых катодом в единицу времени.

## Часть II

### Электромагнетизм

Магнитные явления были известны еще в глубокой древности. История магнетизма уходит корнями к античным цивилизациям Малой Азии. Именно на территории Малой Азии, в Магнезии, находили горную породу, образцы которой притягивали друг друга. По названию местности такие образцы и стали называть «магнитами». Магнитными свойствами обладает природный магнитный железняк (закись-окись железа  $\text{FeO-Fe}_2\text{O}_3$ ), который способен притягивать скрепки, гвозди и другие железные предметы, а также их намагничивать.

Любой магнит в форме стержня или подковы имеет два торца, которые называют полюсами. Если подвесить прямой магнит в центре тяжести на нить, то один полюс всегда будет указывать на север. Точно не известно, когда этот факт был обнаружен, но китайские мореплаватели уже в XI веке, а возможно и раньше, использовали его для целей навигации. Речь, естественно, идет о компасе – магнитной стрелке, с точкой опоры в центре масс, так что она может свободно вращаться. Обращенный на север полюс свободно висящего магнита называют северным полюсом (N). Противоположный полюс направлен на юг и называется южным полюсом (S). Ориентация магнита вдоль географического меридиана говорит о том, что Земля обладает магнитными свойствами, то есть является большим магнитом.

Хорошо известно, что, если поднести два магнита друг к другу, между ними действует сила. Это напоминает действие зарядов или наэлектризованных тел. Недаром на протяжении многих веков эти явления путали. Лишь английскому физику и врачу У. Гильберту (1544-1603) в конце XVI века удалось доказать, что это не одно и то же. В самом деле: магнит не нуждается в трении, чтобы притягивать. И эта способность не исчезает со временем, как у наэлектризованных тел, если только не нагреть его очень сильно.

У. Гильберт выяснил, что у постоянного магнита два полюса, которые взаимодействуют с полюсами другого магнита, и в середине находится нейтральная зона. Одноименные полюса магнита отталкиваются, разноименные – притягиваются, нейтральная зона с полюсами не взаимодействуют. Возникшая идея о существовании положительной и отрицательной «магнитной массы» подверглась сомнению, так как при делении большого магнита образовывались два маленьких, которые также имели два полюса и нейтральную зону. Получить изолированный магнитный полюс никому не удавалось, несмотря на то, что на это было затрачено немало усилий.

Загадку магнетизма после исследований У. Гильберта не могли решить в течение двух столетий до тех пор, пока в 1800 г. итальянский физик А. Вольта (1745-1827) не изобрел электрическую батарею («вольтов столб»), с помощью которой он впервые получил постоянный электрический ток. Вольтов столб оказался поистине «рогом изобилия». Новые открытия непрерывно следовали одно за другим. Английский химик и физик Г. Дэви (1778-1829) разложил током щелочи и получил металлический натрий и калий, русский физик А.А. Петров (1761-1834) открыл электрическую дугу и так далее. Наконец, в 1820 г.

датский физик Х. Эрстед (1777-1851) сделал важное открытие. Поместив магнитную стрелку вблизи провода с током, он обнаружил, что она поворачивается, т.е. магнитная стрелка реагировала на движущиеся заряды. Находясь рядом с неподвижными зарядами, стрелка оставалась в покое. Магнетизм связан не со статическим электричеством, а с электрическим током.

Открытие Х. Эрстеда через несколько месяцев в том же 1820 г. позволило французскому физику А. Амперу (1755-1836) дать ответ на вопрос, что определяет магнитные свойства тел. Он предположил, что внутри молекул, слагающих любое вещество, циркулируют элементарные электрические токи. Если эти токи ориентированы хаотично, то их действие взаимно компенсируется и никаких магнитных свойств у тела не обнаруживается. В намагниченном состоянии элементарные токи ориентируются определенным образом так, что их действия складываются.

А.Ампер не только объяснил магнитное взаимодействие, но также установил, что токи одного направления притягиваются, а противоположно направленные – отталкиваются. Идеи и исследования А. Ампера привели впоследствии английского физика М.Фарадея (1791-1867) в новому величайшему открытию. Он в 1831 г. открыл явление электромагнитной индукции – возникновение электрического тока в проводнике при изменении магнитного поля.

## Глава V. Магнитное поле тока

Магниты, даже находясь на некотором расстоянии, взаимодействуют друг с другом. Это говорит о том, что вокруг магнитов существует особое *магнитное поле*, посредством которого передается воздействие одного магнита на другой. Магнит ведет себя в магнитном поле так же, как электрический диполь в электрическом поле: он стремится повернуться по полю.

### § 1. Характеристики магнитного поля

В 1820 г. Х. Эрстедом было установлено, что проводники, по которым текут электрические токи, действуют на магнитную стрелку. Магнитная стрелка, помещенная рядом с проводником с током, меняет свое положение при изменении величины и направления тока, но совершенно не реагирует на неподвижные заряды. Следовательно, магнитное поле возникает только около движущихся электрических зарядов.

Магнитное поле, возникающее в пространстве вокруг проводников с током, является одним из *видов материи*. Оно обладает определенными физическими свойствами, как силовыми, так и энергетическими. Для определения силовой характеристики магнитного поля выбирают *пробное тело* в виде очень малой рамки с током. Если пробную рамку с током поместить в изучаемую точку магнитного поля, то на нее будет действовать момент сил  $M$ , зависящий от многих факторов, в том числе от ориентации. Максимальное значение  $M_{\max}$  пропорционально силе тока в рамке  $I$  и площади рамки  $S$ , т.е.

$$M_{\max} \sim IS. \quad (5.1)$$

Величина  $\vec{p}_m = IS$  называется *магнитным моментом контура с током*. Магнитный момент  $p_m$  – векторная величина и для плоского контура совпадает с направлением положительной нормали к рамке (рис.21).

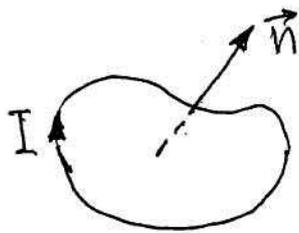


Рис. 21

Если в данную точку магнитного поля помещать рамки с различными магнитными моментами, то на них действуют различные вращающие моменты, но отношение  $M_{\max}/p_m$  для всех контуров одно и то же и поэтому может служить силовой характеристикой магнитного поля, называемой магнитной индукцией:

$$\vec{B} = M_{\max}/p_m. \quad (5.2)$$

Магнитная индукция в данной точке магнитного поля определяется максимальным вращающим моментом, действующим на рамку с магнитным моментом, равным единице, когда нормаль к рамке перпендикулярна направлению поля. Единицей магнитной индукции является *тесла* (Тл):  $1 \text{ Тл} = \frac{1 \text{ Н} \cdot \text{м}}{1 \text{ А} \cdot \text{м}^2} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}}$ . За направление магнитного поля в данной точке принимается направление, вдоль которого располагается положительная нормаль к рамке, или может быть принято также направление, совпадающее с направлением силы, которая

действует на северный полюс магнитной стрелки, помещенной в данную точку (рис. 22).

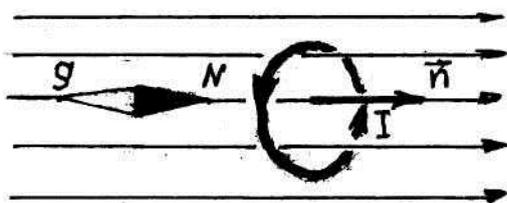


Рис. 22

Так как магнитное поле является **силовым**, то его, как и электрическое, изображают с помощью **линий магнитной индукции**, касательные к которым совпадают с направлением вектора  $\vec{B}$ . Густота линий, т.е. линий, проходящих через единичную площадку, расположенную перпендикулярно к ним, пропорциональна модулю вектора  $\vec{B}$ . Линии магнитной

индукции всегда **замкнуты** и охватывают проводники с током. Этим они отличаются от силовых линий электростатического поля, которые **разомкнуты**, начинаясь на положительных зарядах и кончаясь на отрицательных. Поле, обладающее замкнутыми силовыми линиями, называется **вихревым**.

Рассмотрим площадку  $dS$ , находящуюся в некоторой точке магнитного

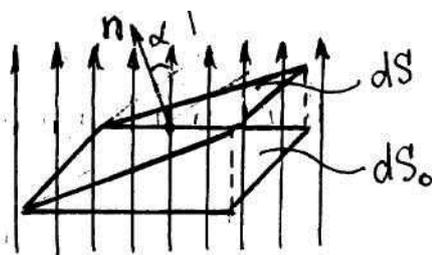


Рис. 23

поля с индукцией  $\vec{B}$  (рис.23). Число линий магнитной индукции, пронизывающих площадку  $dS$  и ее проекцию  $dS_0$  на плоскость, перпендикулярную линиям, одинаково. Общее число линий (густота), пронизывающих обе площадки, называется **магнитным потоком ( $\Phi$ )**.

Магнитный поток пропорционален модулю индукции  $\vec{B}$  и площадке  $dS_0$ :

$$d\Phi = B dS_0. \quad (5.3)$$

Так как  $dS_0 = dS \cos \alpha$ , то

$$d\Phi = B dS \cos \alpha, \quad (5.4)$$

где  $\alpha$  – угол между вектором  $\vec{B}$  и нормалью  $\vec{n}$  к площадке  $dS$  (рис.23). Единицей магнитного потока является вебер (Вб):  $1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot 1 \text{ м}^2$ .

В общем случае, когда магнитное поле неоднородное или когда рассматривается произвольная поверхность, магнитный поток также пропорционален числу линий. Магнитный поток вычисляется интегрированием по поверхности:

$$\Phi = \int_S B_n dS, \quad (5.5)$$

где  $B_n$  – проекция вектора  $\vec{B}$  на направление нормали  $\vec{n}$  к площадке  $dS$ .

Наряду с текущими в проводниках макротоками, в любом теле существуют микротоки, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах. Эти молекулярные микротоки, ориентируясь в магнитных полях макротоков, создают в теле дополнительное магнитное поле. **Результирующее магнитное поле**, создаваемое всеми макро- и микротоками в среде, определяется вектором магнитной индукции  $\vec{B}$ , то есть при прочих равных условиях вектор  $\vec{B}$  в различных средах имеет разное значение.

Магнитное поле *макродтоков* описывается *вектором напряженности*  $\vec{H}$ . В однородной изотропной среде вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  связан с вектором напряженности  $\vec{H}$  соотношением:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad (5.6)$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Н/А}^2$  - магнитная постоянная,  $\mu$  - *магнитная проницаемость среды*, показывающая, во сколько раз магнитное поле макродтоков  $\vec{H}$  изменяется за счет микродтоков.

## § 2. Закон Био-Савара-Лапласа и его применение

В 1820 г. французские ученые Ж. Био (1774-1862) и Ф. Савар (1791-1841) исследовали магнитные поля постоянных токов в воздушном пространстве.

На основании многочисленных опытов они пришли к выводу, что напряженность магнитного поля в произвольной точке пространства: 1) пропорциональна силе тока; 2) зависит от формы и размеров проводника с током; 3) зависит от расположения этой точки по отношению к проводнику с током.

Результаты опытов Био и Савара обобщены выдающимся французским математиком и физиком П. Лапласом (1749-1827) в виде дифференциального закона, называемого законом Био-Савара-Лапласа:

$$d\vec{H} = \frac{I d\vec{l} \sin\alpha}{4\pi r^2}, \quad (5.7)$$

где  $d\vec{l}$  – длина проводника, совпадающего по направлению с током,  $r$  - радиус-вектор, проведенный из элемента проводника  $d\vec{l}$  в рассматриваемую точку поля  $A$ ,  $\alpha$  - угол между вектором элемента тока  $d\vec{l}$  и радиусом-вектором  $\vec{r}$  (рис. 24).

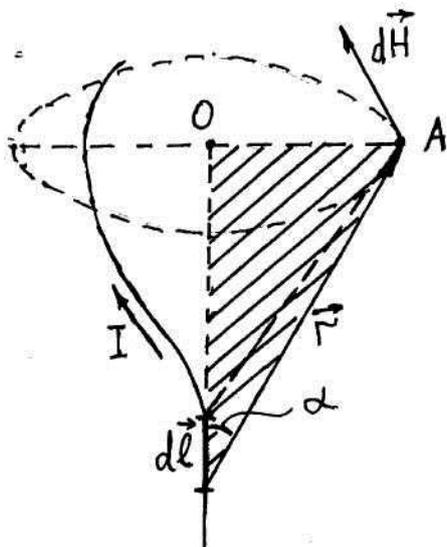


Рис. 24

Вектор  $d\vec{H}$  перпендикулярен плоскости, в которой лежат векторы  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$ , и совпадает с касательной к линии магнитного поля, а его направление определяется по правилу правого винта: направление вращения головки винта определяет направление  $d\vec{H}$ , если поступательное движение винта соответствует направлению тока в элементе  $d\vec{l}$ .

Закон Био-Савара-Лапласа позволяет найти напряженность  $\vec{H}$  и индукцию  $\vec{B}$  магнитного поля электрического тока, текущего по проводнику произвольной формы в любой точке пространства. Для этого в соответствии с принципом суперпозиции (наложения) напряженность магнитного поля в произвольной точке проводника с током  $I$  равна векторной сумме

$$\vec{H} = \int_l d\vec{H}, \quad (5.8)$$

где  $d\vec{H}$  - напряженность магнитного поля, создаваемого элементом проводника длиной  $d\vec{l}$ . Интегрирование производится по всей длине проводника  $l$ .

Расчет характеристик магнитного поля ( $\vec{B}$  и  $\vec{H}$ ) по формулам (5.7) и (5.8) в общем случае довольно сложен. Однако если распределение тока имеет определенную симметрию, то применение закона Био-Савара-Лапласа совместно с принципом суперпозиции позволяет довольно просто рассчитать некоторые магнитные поля проводников с током. Рассмотрим три примера расчета магнитных полей.

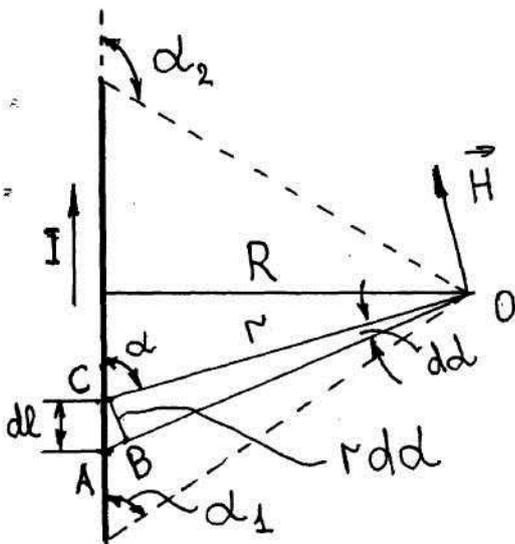


Рис. 25.

откуда  $\frac{dl}{r^2} = \frac{d\alpha}{r \sin \alpha}$ , или  $\frac{dl}{r^2} = \frac{d\alpha}{R}$ .

Вводя последнее выражение в формулу (5.9) и переходя от интегрирования по длине к интегрированию по углу  $\alpha$  в пределах от  $\alpha_1$  до  $\alpha_2$ , получим

$$H = \frac{I}{4\pi} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\sin \alpha}{R} d\alpha = \frac{I}{4\pi R} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = -\frac{I}{4\pi R} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1),$$

или окончательно

$$H = \frac{I}{4\pi R} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (5.10)$$

Напряженность  $\vec{H}$  перпендикулярна плоскости листа (обращена от нас).

**2. Бесконечный прямолинейный проводник с током.** Пользуясь формулой (5.10) для конечного проводника, легко получить выражение для бесконечного проводника, так как в случае бесконечного проводника  $\alpha_1 = 0^\circ, \alpha_2 = 180^\circ$ . Тогда  $\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2 = 1 - (-1) = 2$ . Поэтому напряженность магнитного поля бесконечного прямолинейного тока равна

$$H = I/2\pi R. \quad (5.11)$$

Практически по этой формуле можно рассчитать напряженность в том случае, когда расстояние  $R$  значительно меньше длины проводника  $l$  ( $R \ll l$ ).

**3. Центр кругового тока.** При определении напряженности в центре кругового тока  $\alpha=90^\circ$ ,  $I$  и  $r=R$  (где  $R$  – радиус кругового контура) имеют постоянные значения для всех участков  $d\vec{l}$  (рис. 26). Поэтому по формуле (5.9) напряженность магнитного поля в центре кругового тока равна

$$H = \frac{I}{4\pi R^2} = \int_l dl = \frac{I}{4\pi R^2} l,$$

или, поскольку  $l = 2\pi R$ ,

$$H = I/2R. \quad (5.12)$$

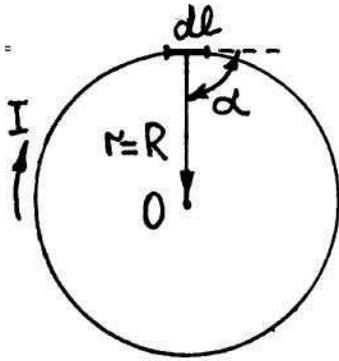


Рис. 26

Зная напряженность магнитного поля  $\vec{H}$  и магнитную проницаемость среды  $\mu$ , получим индукцию поля для:

а) конечного прямолинейного проводника

$$\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2); \quad (5.13)$$

б) бесконечно длинного проводника

$$\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi R}; \quad (5.14)$$

в) кругового тока

$$\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I}{2 R}. \quad (5.15)$$

### § 3. Магнитное поле движущегося заряда

Электрический ток – это упорядоченное движение электрических зарядов. Поэтому любой движущийся в вакууме или среде заряд создает вокруг себя магнитное поле. Для определения напряженности магнитного поля движущегося заряда воспользуемся законом Био-Савара-Лапласа (5.7)

$$dH = \frac{Idl \sin\alpha}{4\pi r^2}.$$

Найдем в этом уравнении произведение  $Idl$ . Сила тока  $I$  равна  $I = jS$ , где  $j$  – плотность тока,  $j = ne\vec{V}$  ( $n$  – концентрация носителей зарядов,  $e$  – элементарный заряд,  $\vec{V}$  – скорость движения заряда). Тогда  $Idl = ne\vec{V}Sdl$ , где  $nSdl = dN$  – число носителей заряда, и

$$dH = \frac{e\vec{V}dN}{4\pi r^2}.$$

Поделив на число носителей заряда, получим напряженность магнитного поля движущегося заряда на расстоянии  $r$

$$H = \frac{e\vec{V}}{4\pi r^2} \quad (5.16)$$

и индукцию магнитного поля

$$B = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \frac{e\vec{V}}{r^2}. \quad (5.17)$$

### § 4. Закон Ампера и его применение

Действие магнитного поля на проводники с током было обнаружено Г. Эрстедом и А. Ампером в 1820 г. Ампер подробно исследовал это явление и пришел к выводу, что сила  $dF$ , которая действует на элемент проводника  $dl$ ,

пропорциональна силе тока  $I$  в проводнике, длине  $dl$ , магнитной индукции  $\vec{B}$  и синусу угла  $\alpha$  между направлением тока в проводнике и вектором  $\vec{B}$

$$dF = B I dl \sin \alpha. \quad (5.18)$$

Если проводник длиной  $l$  находится в **однородном магнитном поле**, т.е. поле, во всех точках которого векторы индукции равны по величине и одинаковы по направлению, то сила Ампера равна

$$F = B I l \sin \alpha. \quad (5.19)$$

Направление силы  $F$ , действующей на проводник с током в магнитном поле, определяется по **правилу левой руки**: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входили линии магнитной индукции, а четыре вытянутых пальца расположить по направлению тока в проводнике, то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на ток.

Для определения взаимодействия двух проводников с током применяется закон Ампера (5.19).

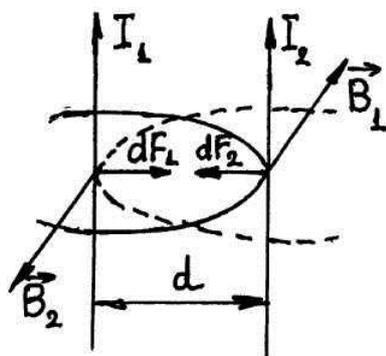


Рис. 27.

Проводники будут либо отталкиваться, либо притягиваться друг к другу, так как каждый проводник с током находится в магнитном поле другого проводника. Рассмотрим два бесконечных прямолинейных параллельных проводника с токами  $I_1$  и  $I_2$  (направление токов указано на рис.27), расстояние между которыми равно  $d$ . Каждый из проводников создает магнитное поле, которое действует по закону Ампера на другой проводник с током. Определим, с какой силой действует магнитное поле тока  $I_1$  на элемент  $dl$  второго проводника с током  $I_2$ . Ток  $I_1$  создает вокруг себя магнитное поле, линии магнитной индукции которого представляют собой концентрические окружности. Направление вектора  $\vec{B}_1$  определяется правилом правого винта, и его величина определяется по формуле (5.14)

$$B_1 = \frac{\mu \mu_0 I_1}{2\pi d}.$$

Направление силы  $dF_2$ , действующей на элемент  $dl$  тока  $I_2$  со стороны поля с индукцией  $\vec{B}_1$ , определяется по правилу левой руки. Модуль силы согласно (5.16) с учетом того, что угол  $\alpha$  между направлением тока  $I_2$  и вектором  $\vec{B}_1$  прямой, равен

$$dF_2 = B_1 I_2 dl = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{d} \cdot dl. \quad (5.20)$$

Рассуждая аналогично, можно показать, что сила  $dF_1$ , с которой магнитное поле тока  $I_2$  действует на элемент  $dl$  проводника с током  $I_1$ , будет определяться также по формуле (5.17), т.е.  $dF_1 = dF_2$ , и два параллельных тока одинакового направления притягиваются друг к другу.

Если токи имеют противоположные направления, то легко доказать, что между ними действует сила отталкивания, определяемая по той же формуле (5.20).

Пользуясь взаимодействием двух параллельных бесконечных токов, ввели основную единицу измерения силы тока – ампер. Ампер – единица силы электрического тока СИ, равная силе неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, вызвал бы на каждом участке проводника длиной 1 м силу взаимодействия, равную  $2 \cdot 10^{-7}$  Н.

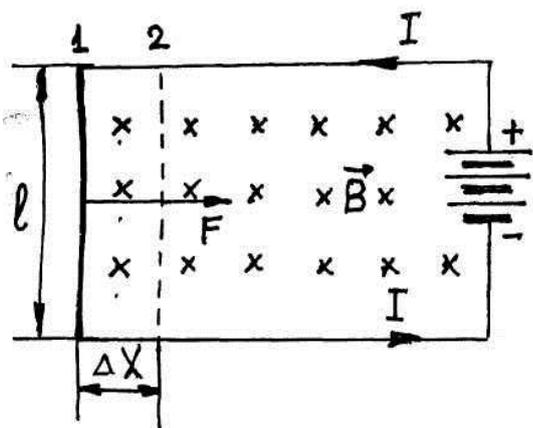


Рис. 28

При действии силы Ампера на проводник с током в магнитном поле, магнитное поле совершает работу по перемещению проводника. Определим эту работу. Пусть отрезок проводника, имеющий длину  $l$ , перемещается из положения 1 в положение 2 (рис. 28). Поле направлено перпендикулярно току и проводнику, поэтому сила, действующая на проводник с током, равна  $F = BI$ , а работа  $\Delta A = F\Delta x = BI\Delta x$ .

Величина  $l\Delta x$  равна площади  $\Delta S$  магнитного поля, которую пересек при своем движении отрезок проводника, а произведение  $\vec{B}\Delta S$  равно изменению потока вектора магнитной индукции  $\Delta\Phi$ , пронизывающего весь контур с током, составной частью которого является подвижный проводник 1, то есть

$$\Delta A = I\Delta\Phi. \quad (5.21)$$

Работа, совершаемая силами Ампера при перемещении проводника с постоянным током в магнитном поле, равна произведению силы тока на магнитный поток сквозь поверхность, которую пересекает проводник при своем движении.

### § 5. Контур с током в магнитном поле

Рассмотрим прямоугольный контур со сторонами  $a$  и  $b$ , по которому течет ток  $I$ ; контур помещен в однородное магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$ , направленной вдоль плоскости контура (рис.29). В соответствии с законом Ампера на все четыре стороны действуют силы. На стороны  $AD$  и  $BC$  силы в начальный момент не действуют, так как  $\sin\alpha=0$ . На сторону  $AB$  действует сила  $F = BIa$ , на сторону  $CD$  –  $F' = BIa$ . Эти силы образуют пару сил, которая создает вращающий момент  $M = Fb = BIab = BIS$ , где  $S$  – площадь контура.

Величина, равная произведению силы тока  $I$  в контуре на площадь контура  $S$ , является магнитным моментом

$$p_m = IS. \quad (5.22)$$

Магнитный момент контура с током – векторная величина. Направление вектора  $p_m$  совпадает с направлением нормали к плоскости контура, которая определяется **правилом правого винта** (рис.29).

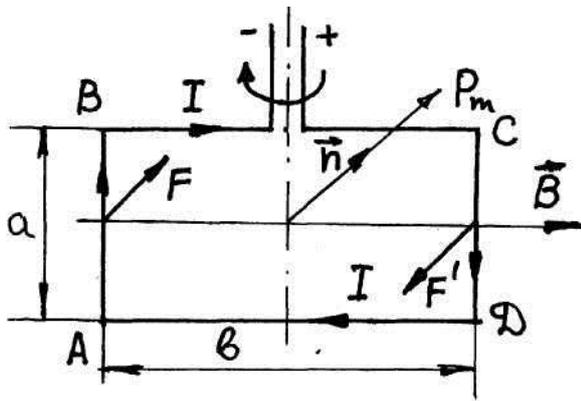


Рис. 29

Вращающий момент  $M = Bp_m$  стремится повернуть контур так, чтобы его магнитный момент  $p_m$  установился по направлению вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ .

Все закономерности, установленные для прямоугольного контура, будут верны и для плоского контура любой формы. При произвольной ориентации контура, когда угол между векторами  $\vec{p}_m$  и  $\vec{B}$  равен  $\alpha$ , вращающий момент

определяется по формуле

$$M = p_m B \sin \alpha. \quad (5.23)$$

Для того, чтобы угол  $\alpha$  между векторами  $p_m$  и  $\vec{B}$  увеличить на  $d\alpha$ , нужно совершить работу против сил, действующих в магнитном поле на контур с током

$$dA = M d\alpha = p_m B \sin \alpha d\alpha. \quad (5.24)$$

### § 6. Закон полного тока для магнитного поля в вакууме

Циркуляцией вектора индукции магнитного поля  $\vec{B}$  по заданному контуру называется интеграл

$$\oint_{(l)} \vec{B} d\vec{l} = \int_{(l)} B dl \cos(B \wedge dl), \quad (5.25)$$

где  $d\vec{l}$  - вектор элементарной длины контура,  $(B \wedge dl) = \alpha$  - угол между векторами  $\vec{B}$  и  $d\vec{l}$ .

Циркуляция вектора  $\vec{B}$  вдоль замкнутого контура не равна нулю и зависит от выбора контура. Рассмотрим в качестве примера магнитное поле бесконечного прямолинейного проводника с током  $I$ , находящегося в вакууме. Найдем циркуляцию вектора  $\vec{B}$  вдоль линии магнитной индукции радиусом  $r$ . Во всех точках линии индукции вектор  $\vec{B}$  равен по модулю

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{r} \quad (5.26)$$

и направлен по касательной к этой линии (рис.30), так что  $\cos \alpha = 1$ .

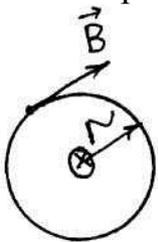


Рис 30

Следовательно,

$$\oint_{(l)} B dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{r} \int_0^{2\pi r} dl = \mu_0 I. \quad (5.27)$$

Из (5.27) можно сделать два вывода:

а) магнитное поле прямолинейного тока – **вихревое**, так как в нем циркуляция вдоль линии магнитной индукции не равна нулю;

б) циркуляция вектора  $\vec{B}$  равна  $\mu_0 I$  вдоль магнитной линии и не зависит от  $\vec{r}$ .

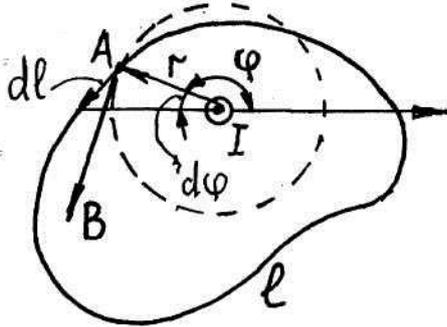


Рис. 31

Если бесконечно длинный прямолинейный проводник с током  $I$  охватывает замкнутый контур  $l$  произвольной формы (рис.31), то формула (5.27) также будет верна. Действительно, в точке  $A$  контура  $l$  вектор  $\vec{B}$  перпендикулярен радиусу-вектору  $\vec{r}$ . Поэтому проекция  $d\vec{l}$  на направление  $\vec{B}$ , равная  $dl \cos(B \wedge dl)$ , совпадает с элементарной дугой окружности радиуса  $r$ , т.е.  $dl \cos(B \wedge dl) = r d\varphi$ , где  $d\varphi$  - угол, под которым виден элемент  $dl$ . Тогда

$$dl \cos(B \wedge dl) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{r} r d\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\varphi. \quad (5.28)$$

Интегрируя вдоль всего замкнутого контура с учетом того, что угол  $\varphi$  изменяется от нуля до  $2\pi$ , находим

$$\oint_l B dl \cos(B \wedge dl) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi = \mu_0 I.$$

Таким образом, формула (5.27) справедлива для любого замкнутого контура, охватывающего проводник, независимо от формы этого контура.

Рассмотрим теперь, что замкнутый контур  $l$  не охватывает проводник с током (рис.32). Тогда

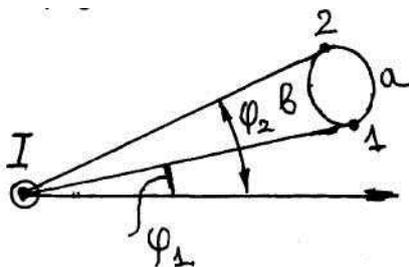


Рис. 32

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \int_{1-a-2} \vec{B} d\vec{l} + \int_{2-b-1} \vec{B} d\vec{l},$$

где 1-a-2 и 2-b-1 - участки контура  $l$ . Заменяя подынтегральное выражение по формуле (5.28), получим

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left( \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi + \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} d\varphi \right) = 0. \quad (5.29)$$

Итак, **циркуляция вектора магнитной индукции прямолинейного проводника с током вдоль замкнутого контура, не охватывающего этот проводник, равна нулю.**

Можно доказать, что соотношения (5.27) и (5.29) для магнитного поля в вакууме справедливы для магнитного проводника с током любой формы и размеров.

В общем случае, когда магнитное поле создают  $n$  проводников с токами  $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$ , то индукция результирующего магнитного поля равна

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i.$$

Циркуляция вектора  $\vec{B}$  вдоль замкнутого контура определяется как

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \oint_l \left( \sum_{i=1}^n B_i \right) d\vec{l} = \oint_l \sum_{i=1}^n (B_i dl) = \sum_{i=1}^n \oint_l B_i dl.$$

В соответствии с (5.27) и (5.29) получим

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \begin{cases} \mu_0 I_i & (l \text{ охватывает ток } I_i) \\ 0 & (l \text{ не охватывает ток } I_i) \end{cases}$$

Таким образом, если из  $n$  проводников с током  $k$  проводников охватываются контуром  $l$ , то циркуляция результирующего магнитного поля равна

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=0}^k I_i = \mu_0 I_{\text{охв}}, \quad (5.30)$$

где  $k$  – число токов, охватываемых контуром  $l$ . Уравнение (5.30) является **законом полного тока для магнитного поля в вакууме**, который формулируется следующим образом: циркуляция магнитной индукции поля в вакууме вдоль произвольного замкнутого контура  $l$  равна произведению магнитной постоянной  $\mu_0$  на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром.

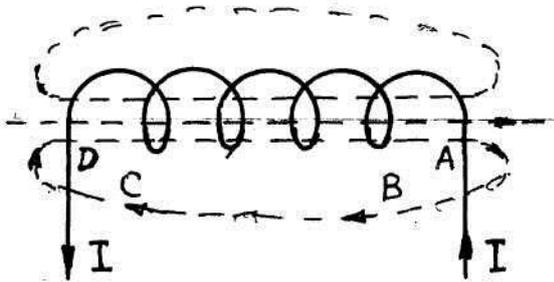


Рис. 33

Длину соленоида считаем во много раз большей, чем диаметр его витков ( $l \gg d$ ), поэтому соленоид можно считать бесконечным и внутри соленоида поле будет однородным. Вне соленоида магнитное поле будет слабым, и его можно считать практически равным нулю.

Индукция вектора  $\vec{B}$  по замкнутому контуру, совпадающему с одной из линий магнитной индукции ABCDA и охватывающему все  $N$  витков, равна

$$\oint_{ABCD} \vec{B} d\vec{l} = Bl = \mu_0 NI. \quad (5.31)$$

Из (5.31) находим выражение для магнитной индукции поля внутри соленоида

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 n I, \quad (5.32)$$

где  $n = \frac{N}{l}$  – число витков на единицу длины.

Важное значение для практики имеет также магнитное поле **тороида** – кольцевой катушки, витки которой намотаны на сердечник, имеющий форму тора. Торойд можно рассматривать как достаточно длинный соленоид, свитый в кольцо, и для расчета индукции магнитного поля тороида можно воспользоваться формулой (5.32):

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 \frac{N}{2\pi R} I, \quad (5.33)$$

где  $R$  – радиус средней линии.

## Глава VI. Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях

### § 1. Действие магнитного поля на движущийся заряд

Сила Ампера, действующая на проводник с током со стороны магнитного поля, является суммой сил, действующих на каждую, отдельно заряженную частицу. Получим выражение для этой силы.

В законе Ампера произведение  $Idl$  представим в виде

$$Idl = jdSdl = jdV = qn\vec{v}dV = qv\vec{N},$$

где  $q$  – заряд,  $n$  – концентрация зарядов,  $\vec{v}$  – скорость движения зарядов,  $N$  – число зарядов.

Подставим получившееся выражение в закон Ампера  $dF = BIdl\sin\alpha$ , получим

$$dF = BqN\sin\alpha.$$

Разделив  $dF$  – силу, действующую на участок проводника со стороны магнитного поля на  $N$  – полное число заряженных частиц, находящихся в этом участке проводника, получим силу  $F_L$ , действующую на отдельную частицу со стороны магнитного поля:

$$F_L = Bq\vec{v}\sin\alpha, \quad (6.1)$$

где  $\alpha$  – угол между вектором скорости и вектором  $\vec{B}$ .

Эта сила называется силой Лоренца. Направление силы Лоренца определяется по правилу левой руки.

Для определения характера движения заряженной частицы в магнитном поле будем считать, что магнитное поле однородное и на частицу не действует электрическое поле. Если заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью  $v$  вдоль линии магнитной индукции, то угол  $\alpha$  между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$  равен 0 или  $\pi$ . Тогда в формуле (6.1)  $\sin\alpha = 0$  и сила Лоренца равна нулю, т.е. магнитное поле на частицу не действует и она движется равномерно и прямолинейно.

Если же заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью  $v$  перпендикулярно вектору  $\vec{B}$ , то есть угол  $\alpha = \pi/2$ , то на нее действует сила Лоренца  $F_L$ , модуль которой

$$F_L = qBv.$$

Под действием этой силы частица движется в однородном поле равномерно по дуге окружности, плоскость которой перпендикулярна линиям индукции. Радиус окружности  $R$  находится из условия, что сила Лоренца играет роль центростремительной силы

$$qBv = \frac{mv^2}{R},$$

откуда

$$R = \frac{mv}{qB}. \quad (6.2)$$

Период вращения частицы, т.е. время  $T$ , затрачиваемое ею на один полный оборот,

$$T = 2\pi R/v.$$

Подставив сюда выражение для R (6.2), получим

$$T = \frac{2\pi m}{Bq}, \quad (6.3)$$

т.е. период вращения частицы в однородном магнитном поле определяется только величинами массы  $m$  и заряда  $q$  частицы и магнитной индукции поля  $B$ , но не зависит от скорости частицы (при  $v \ll c$ ).

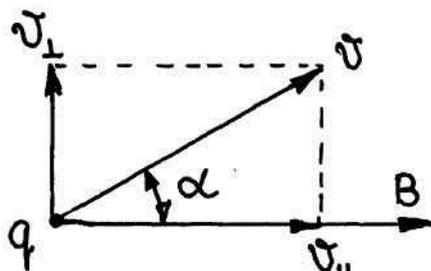


Рис. 34

В общем случае, когда заряженная частица движется в однородном магнитном поле со скоростью  $v$  под произвольным острым углом  $\alpha$  к вектору магнитной индукции  $\vec{B}$  поля (рис. 34). Разложим вектор  $v$  на две составляющие: параллельную вектору  $B$  ( $v_{\parallel}$ ) и перпендикулярную ему ( $v_{\perp}$ ):

$$v_{\parallel} = v \cos \alpha, \quad v_{\perp} = v \sin \alpha. \quad (6.4)$$

Частица одновременно участвует в двух движениях: она равномерно вращается со скоростью  $v_{\perp}$  по окружности радиуса

$$R = \frac{mv \sin \alpha}{qB} \quad (6.5)$$

и движется поступательно со скоростью  $v_{\parallel}$  в направлении, перпендикулярном плоскости вращения. Поэтому траектория заряженной частицы представляет собой винтовую линию, ось которой совпадает с линией индукции магнитного поля. Радиус витков выражается формулой (6.5), а расстояние между соседними витками (шаг винтовой линии) равно  $h = v_{\parallel} T$ .

Заменяя  $T$  по формуле (6.3), а  $v_{\parallel}$  по (6.4), получим

$$h = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{qB}. \quad (6.6)$$

Направление закручивания спирали зависит от знака заряда частицы.

## § 2. Определение удельного заряда частиц

Величина отношения заряда частицы к ее массе  $q/m$  называется удельным зарядом. Зная удельный заряд частицы и ее заряд, можно определить массу частицы. Впервые измерение удельного заряда частиц было произведено английским физиком Дж.Дж. Томсоном (1856-1940). Он определял удельный заряд

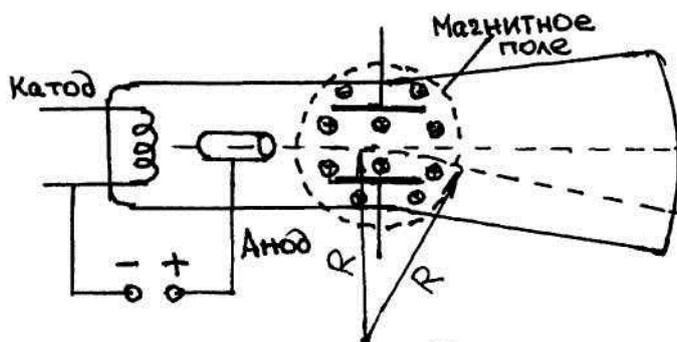


Рис. 35

электрона на установке, состоящей из катода, анода, конденсатора и устройства для создания магнитного поля (рис.35).

С нагретого катода в результате термоэлектронной эмиссии испускается пучок электронов, который разгоняется электрическим полем между катодом и анодом до определенной скорости. Поскольку

кинетическая энергия электрона  $\frac{mV^2}{2}$  равна работе электрического поля  $eU$  ( $e$  – заряд электрона,  $U$  – напряжение между катодом и анодом), то приобретаемая электронами скорость

$$v = \sqrt{2 \frac{e}{m} U}. \quad (6.7)$$

Магнитное поле, индукция которого  $\vec{B}$  направлена перпендикулярно плоскости чертежа на рис. 35, действует на частицу с силой

$$F = eBv$$

и отклоняет пучок электронов по окружности радиуса  $R$ , причем

$$\frac{v^2}{R} = \frac{e}{m} v \vec{B}.$$

Создавая между обкладками конденсатора электрическое поле с напряженностью  $E = \frac{U'}{d}$ ,  $U'$  – разность потенциалов между обкладками и  $d$  – расстояние между ними, можно посредством электрического поля компенсировать действие магнитного поля на пучок электронов и добиться, чтобы их траектория была прямолинейна, при этом

$$eE = eBv.$$

Из последнего равенства, а также соотношения, определяющего радиус окружности, описываемой электронами в магнитном поле, вытекает что

$$\frac{e}{m} = \frac{E}{RB^2}, \quad (6.8)$$

где  $R$  – радиус траектории электронов в магнитном поле при отсутствии электрического поля. Заменяя  $R$  его выражением через скорость  $v$  и учитывая зависимость  $v$  от ускоряющей разности потенциалов  $U$ , получим

$$\frac{e}{m} = \frac{E^2}{2UB^2}. \quad (6.9)$$

Точные измерения для электрона дали результат  $\left(\frac{e}{m}\right) = -1,7588 \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$ . Зная, что заряд электрона  $e = -1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, Томпсон определил массу электрона  $m = \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{1,7588 \cdot 10^{11}} = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг. Подобным же образом можно определить удельный заряд и массу любых заряженных частиц. Однако метод, предложенный Томпсоном, оказался недостаточно точным при определении удельного заряда положительных ионов большой массы.

В 1919 г. английский физик и химик Ф. Астон (1877-1945) сконструировал масс-спектрограф, позволяющий измерять удельные заряды ионов и соответственно их массы с весьма высокой степенью точности. На рис.36 показана принципиальная схема масс-спектрографа.

Пучок  $A$  исследуемых ионов проходит сначала через селектор (или фильтр) скоростей, который выделяет из пучка ионы с определенным значением скорости. В селекторе  $C$  ионы подвергаются одновременному действию взаимно перпендикулярных электрического и магнитного полей, отклоняющих ионы в противоположные стороны. Через выходную щель  $B$  селектора проходят только те ионы, для которых действия электрического и магнитного полей компенсируют друг друга, т.е.  $eE = eBv$ . Следовательно, скорости вышедших

из селектора ионов, независимо от их массы и заряда, имеют одинаковое значение, равное  $v = E/B$ .

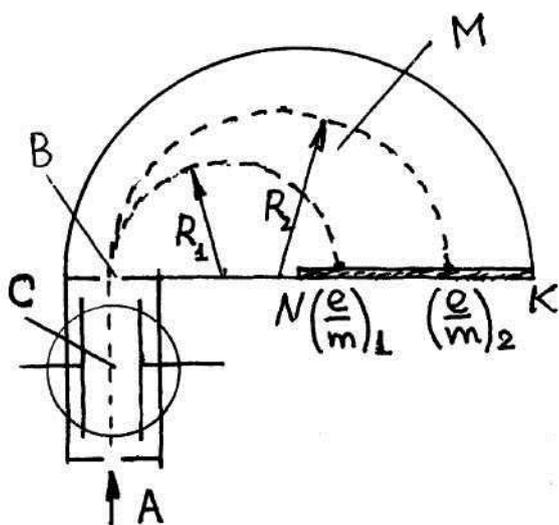


Рис. 36

Выйдя из селектора, ионы попадают в область перпендикулярного к их скорости однородного магнитного поля  $M$  с индукцией  $B'$ . В этом поле они движутся по окружности, радиусы которых зависят от  $e/m$  и определяются по формуле (6.2):

$$R = \frac{mv}{eB'}$$

Описав половину окружности, ионы попадают на фотопластинку  $NK$  на расстояниях от щели, равных  $2R$ . Ионы с определенным значением  $e/m$  оставляют на пластинке след в виде узкой полоски. Зная  $v$  и  $B'$ , можно вычислить удельные заряды ионов и затем определить массы ионов. С

помощью масс-спектрографа Ф. Астон доказал наличие изотопов у многих химических элементов.

### § 3. Ускорители заряженных частиц

Ускорителями заряженных частиц называются устройства, в которых под действием электрических и магнитных полей создаются и управляются пучки высокоэнергетических заряженных частиц. По форме траектории и механизму ускорения частиц ускорители делятся на *линейные, циклические* и *индукционные*.

В *электростатическом линейном ускорителе* заряженная частица проходит через ускоряющее электрическое поле однократно. Если  $q$  – заряд частицы, а  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – потенциалы в начале и конце траектории частицы в поле, то энергия, приобретенная частицей в ускорителе, равна

$$W = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

В ускорителях этого типа поле создается либо высоковольтным генератором Ван-де-Граафа, либо высоковольтным импульсным генератором. Таким образом удастся получить  $(\varphi_1 - \varphi_2)$  не больше 15 МВ.

Значительно больше энергии можно сообщить заряженным частицам в *линейных резонансных ускорителях*. В этих ускорителях энергия частиц увеличивается под действием переменного электрического поля сверхвысокой частоты, *синхронно* изменяющимся с движением частиц. Таким образом, протоны ускоряются до энергий порядка десятков МэВ, электроны – до десятков ГэВ.

Наиболее мощные современные ускорители протонов и других положительно заряженных частиц построены по циклическому принципу. В 1931 г. американский физик Э. Лоуренс (1901-1957) построил первый циклический ускоритель, получивший название *циклотрона*.

Циклотрон состоит из двух металлических дуантов М и N (рис.37), представляющих собой две половины невысокой тонкостенной цилиндрической коробки, разделенные узкой щелью. Дуанты заключены в плоскую замкнутую вакуумную камеру А, помещенную между полюсами сильного электромагнита.

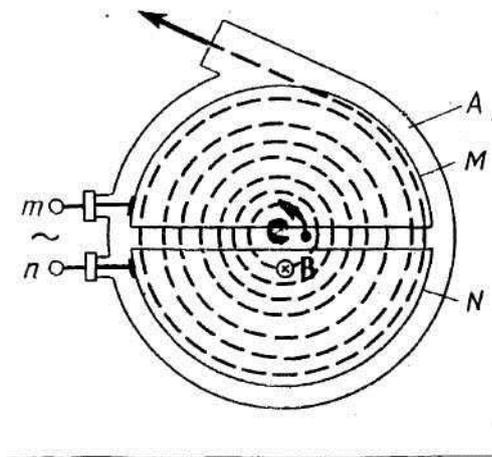


Рис. 37.

Магнитная индукция  $\vec{B}$  направлена перпендикулярно плоскости чертежа. Дуанты с помощью электродов m и n присоединены к полюсам электрического генератора, создающего в щели между ними переменное электрическое поле. Если ввести в точку С положительный ион в тот момент, когда электрическое поле между дуантами максимально, то под действием электрического поля ион начнет равноускоренно перемещаться в плоскости чертежа снизу вверх. Как только он войдет в дуант М, ускоряющее действие электрического поля прекратится, так как металлические стенки дуанта экранируют его внутреннюю полость от электрического поля в зазоре. Внутри дуанта М ион под действием магнитного поля опишет полуокружность, радиус которой можно определить по формуле (6.2). К тому моменту времени, когда ион, двигаясь в дуанте М, будет подходить к зазору между дуантами, направление вектора  $\vec{E}$  электрического поля изменится на противоположное первоначальному и поле снова будет ускорять движение иона. Затем внутри дуанта N ион опишет полуокружность, но уже несколько большего радиуса, соответствующего возросшей скорости, и т.д. В результате многократного ускорения иона электрическим полем его кинетическая энергия может стать очень большой. На последнем витке, когда энергия частиц и радиус орбиты доведены до максимально допустимых значений, пучок частиц посредством отклоняющего электрического поля выводится из циклотрона.

Для непрерывного ускорения частицы в циклотроне необходимо выполнять **условие синхронизма** – периоды вращения частицы в магнитном поле (6.3) и колебаний электрического поля должны быть равны.

Циклотроны позволяют ускорять протоны до энергий примерно 20 МэВ ( $1 \text{ МэВ} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$ ). Дальнейшее их ускорение в циклотроне ограничивается релятивистским возрастанием массы со скоростью (Ч.1 (7.15)), что приводит к увеличению периода обращения (по (6.2) он пропорционален массе), и синхронизм нарушается.

Ускорение релятивистских частиц в циклических ускорителях можно, однако, осуществить, если применять предложенный в 1944 г. советским физиком В.И. Векслером (1907-1966) и в 1945 г. американским физиком Э.Мак-Милланом (р. 1907) **принцип автофазировки**. Принцип автофазировки исполь-

зуется в фазотроне (синхроциклотроне), синхротроне, бетатроне и синхрофазотроне.

#### § 4. Эффект Холла

В 1879 г. американский физик Э.Холл обнаружил, что в проводнике (или полупроводнике), помещенном в магнитное поле, возникает разность потенциалов в направлении, перпендикулярном вектору магнитной индукции  $\vec{B}$  и плотности тока  $\vec{j}$ , вследствие действия силы Лоренца на заряды, движущиеся в этом проводнике.

Поместим металлическую пластинку с током плотностью  $\vec{j}$  в магнитное поле  $\vec{B}$ , перпендикулярное  $\vec{j}$  (рис.38).

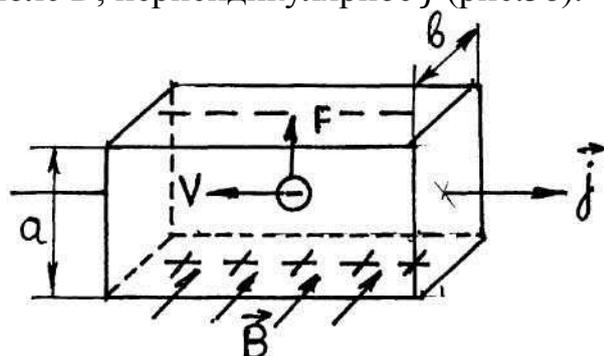


Рис. 38

При данном направлении  $\vec{j}$  скорость носителей тока в металле – электронов – направлена справа налево. Электроны испытывают действие силы Лоренца  $F_L = qvB$ , которая в данном случае направлена вверх. Таким образом, у верхнего края пластинки возникает повышенная концентрация электронов (он зарядится отрицательно), а у нижнего – их недостаток (зарядится положительно). Заряды, скопившиеся

на верхней и нижней гранях пластины, создают электрическое поле напряженностью  $E$ , которое тоже воздействует на заряды с силой

$$F = qE = q \frac{\Delta\varphi}{a}.$$

Когда устанавливается стационарное распределение зарядов в поперечном сечении проводника, то  $F_1 = F$ , т.е.

$$q \frac{\Delta\varphi}{a} = qvB \text{ или } \Delta\varphi = vBa, \quad (6.10)$$

где  $a$  – ширина пластинки,  $\Delta\varphi$  – **поперечная (холловская) разность потенциалов**.

Учитывая, что сила тока  $I = jS = nqvS$  ( $S$  – площадь поперечного сечения пластинки толщиной  $b$ ,  $n$  – концентрация электронов,  $v$  – средняя скорость упорядоченного движения электронов), получим

$$\Delta\varphi = \frac{1}{nqab} Ba = \frac{1}{qn} \cdot \frac{IB}{b} = R \cdot \frac{IB}{b}, \quad (6.11)$$

где  $R = \frac{1}{qn}$  – постоянная Холла.

По измеренному значению постоянной Холла можно определить концентрацию носителей тока в проводнике, а также судить о природе проводимости полупроводников.

## Глава VII. Электромагнитная индукция

До сих пор мы обсудили две стороны связи между электрическими и магнитными явлениями: 1) электрический ток создает магнитное поле и 2) со стороны магнитного поля на электрический ток или на движущийся электрический заряд действует сила. Эти открытия были сделаны в 1820-1821 годах. Затем ученые задались вопросом: если электрический ток создает магнитное поле, то не может ли магнитное поле создавать электрический ток? Десять лет спустя американец Д. Генри (1797-1878) и англичанин М.Фарадей (1791-1867) независимо друг от друга обнаружили этот эффект, но Фарадей первым опубликовал свои результаты и провел более детальные исследования. В настоящей главе мы обсудим это явление и ряд его приложений, которые произвели революцию в жизни человечества.

### § 1. Явление электромагнитной индукции

В 1831 г. М.Фарадей открыл, что во всяком замкнутом проводящем контуре при изменении потока магнитной индукции  $\Phi = BScos\alpha$  (см. (5.4)) через поверхность  $S$ , ограниченную этим контуром, возникает электрический ток. Опыт проводился с помощью свитого в катушку проводника, замкнутого на гальванометр, и полосового постоянного магнита (рис. 39).

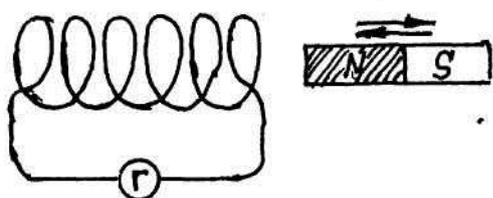


Рис. 39

Если вдвигать в катушку постоянный магнит, то гальванометр покажет наличие тока в течение всего промежутка времени, пока магнит перемещается относительно катушки. При выдвигании магнита из катушки гальванометр показывает наличие тока противоположного направления. Изменение

направления тока происходит при изменении вдвигаемого (или выдвигаемого) полюса магнита. Кроме того, Фарадей обнаружил, что электрический ток возбуждается при деформации контура, а также при вращении жесткого контура в магнитном поле, при поступательном движении в неоднородном магнитном поле или когда неподвижный контур находится в изменяющемся со временем магнитном поле.

Ток, возбуждаемый магнитным полем в замкнутом контуре, называется индукционным, само явление возбуждения тока посредством магнитного поля – электромагнитной индукцией. Электродвижущая сила, обуславливающая индукционный ток, называется электродвижущей силой индукции.

Общее правило для нахождения направления индукционного тока было указано в 1833 г. русским физиком Э.Х. Ленцем (1804-1865). Правило Ленца формулируется следующим образом: индукционный ток имеет такое направление, что создаваемое им магнитное поле стремится компенсировать изменение магнитного потока, вызвавшее этот индукционный ток.

## § 2. ЭДС индукции

Рассмотрим плоский контур, одна сторона которого представляет собой проводящий проводник, способный перемещаться по проводящим шинам (рис.40).

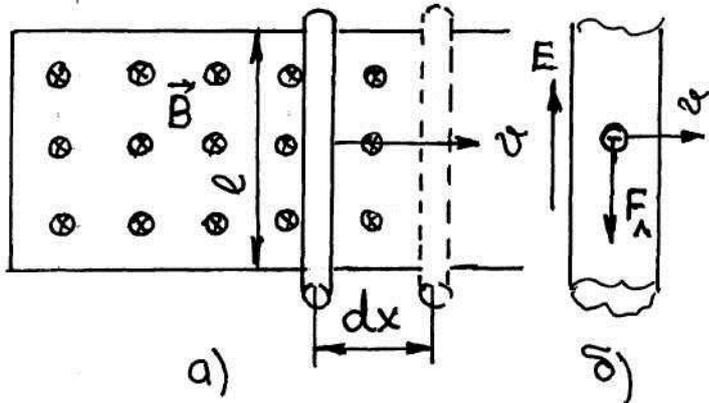


Рис. 40

Контур помещен в магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$ , перпендикулярной плоскости контура. При перемещении проводника длиной  $l$  на заряд (электрон), движущийся в магнитном поле, действует сила Лоренца  $F_L = evB$  (рис.40,б). Это приведет к перемещению зарядов в проводнике таким образом, что на его концах образуются избытки зарядов противоположного знака и создается электрическое поле напряженностью  $\vec{E}$ , препятствующее дальнейшему перемещению. Поэтому

$$eE = evB \text{ или } E = vB. \quad (7.1)$$

Возникающее электрическое поле имеет неэлектростатическое происхождение. Из формулы взаимосвязи напряженности поля и потенциала (1.19) имеем

$$E = -\frac{\Delta\varphi}{l}, \quad (7.2)$$

где  $\Delta\varphi$  - разность потенциалов на концах проводника.

Величина разности потенциалов между концами проводника выражает величину ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = \Delta\varphi = -El = -vBl = -B \frac{lvdt}{dt}. \quad (7.3)$$

Так как  $vdt = dx$  - расстояние, на которое перемещается проводник,  $ldx = dS$  - площадь, пересекаемая проводником за время  $dt$ , то  $BdS = d\Phi$  - поток вектора магнитной индукции, пересекаемый проводником.

Таким образом, электродвижущая сила индукции пропорциональна скорости изменения потока магнитной индукции (закон Фарадея-Максвелла):

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (7.4)$$

где знак минус является математическим выражением правила Ленца.

Закон Фарадея-Максвелла применим не только к отдельному контуру или витку, но и к катушке, которую можно рассматривать как  $N$  витков, соединенных последовательно. В этом случае суммарная ЭДС будет в  $N$  раз больше, чем ЭДС отдельного витка, т.е.

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt}, \quad (7.5)$$

где  $\Psi = N\Phi$  - величина, называемая **потокосцеплением**,  $\Phi$  - поток через виток.

### § 3. Вихревые токи (токи Фуко)

Одним из проявлений электромагнитной индукции является возникновение замкнутых индукционных токов в сплошных массивных проводниках. Отличие этих токов от индукционных в линейных проводниках состоит в том, что для их возникновения нет необходимости включать проводник в замкнутую цепь. Поэтому индукционные токи в массивных проводниках носят вихревой характер.

Сила вихревого тока по закону Ома равна

$$I_{\text{вихр}} = \frac{\varepsilon_i}{R} = -\frac{1}{R} \cdot \frac{d\Phi}{dt}, \quad (7.6)$$

где  $\Phi$  – магнитный поток сквозь контур,  $R$  – сопротивление цепи вихревого тока.

Сопротивление  $R$  рассчитать очень трудно, но совершенно очевидно, что в массивных проводниках оно будет мало и вихревые токи могут достигать большой силы даже в не очень быстро меняющихся магнитных полях (например, в магнитном поле, создаваемом переменным током частотой 50 Гц).

Вихревые токи вызывают сильное нагревание проводников. На это впервые обратил внимание французский физик Л.Фуко (1819-1868), поэтому вихревые токи обычно называют *токами Фуко*. Из закона Джоуля-Ленца ( $Q = I^2Rt$ ) и формулы (7.6) следует, что количество теплоты, выделяемое в единицу времени вихревым током, пропорционально квадрату частоты изменения магнитного поля. Поэтому в индукционных печах, служащих для плавки металлов при помощи токов Фуко, магнитное поле создается переменным током высокой частоты.

Во многих случаях токи Фуко бывают нежелательны, и приходится применять для борьбы с ними специальные меры. Магнитные цепи электрических машин и сердечники трансформаторов делают не сплошными, а собирают из отдельных тонких листов железа, изолированных друг от друга специальным лаком или окалиной. Пластины располагаются так, чтобы возможные направления токов Фуко были к ним перпендикулярны.

В соответствии с правилом Ленца токи Фуко выбирают внутри проводника такие пути и направления, чтобы своим действием возможно сильнее противодействовать причине, которая их вызывает. Поэтому движущиеся в сильном магнитном поле хорошие проводники испытывают сильное торможение, обусловленное взаимодействием токов Фуко с магнитным полем. Этим свойством пользуются для демпфирования (успокоения) подвижных частей амперметров, сейсмографов и других приборов. На подвижной части прибора устанавливается хорошо проводящая (например, алюминиевая) пластинка в виде маятника, которая вводится в зазор между полюсами сильного постоянного магнита. При движении пластины в ней возникают токи Фуко, вызывающие торможение системы.

## § 4. Явление самоиндукции

Возникновение ЭДС индукции в контуре или катушке вследствие изменения магнитного потока, создаваемого током в самом контуре, называется *самоиндукцией*. Ток  $I$  в контуре или катушке и создаваемый им полный магнитный поток (потокосцепление)  $\Psi$  через контур пропорциональны друг другу

$$\Psi = LI, \quad (7.7)$$

где  $L$  – коэффициент пропорциональности, называемый *коэффициент самоиндукции*, или просто *индуктивность контура*.

При изменении силы тока меняется также магнитный поток, а так как контур находится в собственном изменяющемся магнитном потоке, то в нем индуцируется ЭДС. Если размер контура и магнитная проницаемость среды  $\mu$ , окружающей контур, не изменяются, то индуктивность контура  $L$  остается постоянной и, используя формулу закона Фарадея-Максвелла (7.5), выражение для ЭДС самоиндукции можно получить в виде:

$$\varepsilon_S = -L \frac{dI}{dt}, \quad (7.8)$$

т.е. ЭДС самоиндукции пропорциональна скорости изменения тока в контуре и индуктивности.

Рассмотрим, чему равна индуктивность катушки (соленоида). Будем считать катушку очень длинной, а магнитное поле внутри нее – однородным. Тогда магнитная индукция по формуле (5.32) будет равна  $\vec{B} = \mu\mu_0 nI$ , а полный магнитный поток (потокосцепление)  $\Psi = N\Phi = NBS = \mu\mu_0 nINS$ , где  $\mu$  – магнитная проницаемость сердечника,  $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $n$  – количество витков на единицу длины катушки,  $I$  – сила тока,  $N$  – количество витков катушки,  $S$  – площадь поперечного сечения. Из выражения (7.7) имеем

$$L = \frac{\Psi}{I} = \mu\mu_0 nNS = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l} S = \mu\mu_0 n^2 V, \quad (7.9)$$

где  $V = Sl$  – объем соленоида.

За единицу индуктивности в СИ принимают индуктивность такого проводника, у которого при силе в нем в 1А возникает сцепленный с ним полный поток  $\Psi$ , равный 1 Вб. Эту единицу называют *генри* (Гн).

Если  $\frac{dI}{dt} > 0$ , то  $\varepsilon_S < 0$ , т.е. ток самоиндукции имеет направление, противоположное возрастающему току в контуре, и тормозит его возрастание в соответствии с правилом Ленца. Если  $\frac{dI}{dt} < 0$ , то ток самоиндукции и ток в контуре совпадают по направлению.

## § 5. Взаимная индукция. Трансформатор

Явление взаимной индукции заключается в наведении ЭДС индукции во всех проводниках, находящихся вблизи цепи переменного тока или возникновение ЭДС индукции в одном контуре при изменении тока в другом соседнем контуре. Впервые это наблюдал Фарадей для двух контуров.

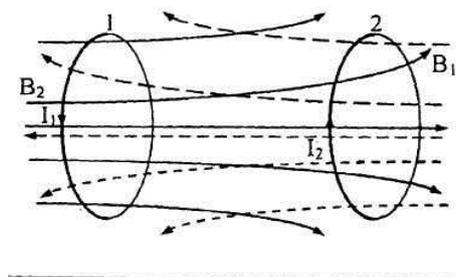


Рис. 41

кает ЭДС взаимной индукции

$$\varepsilon_{21} = -M_{21} \frac{dI_1}{dt}. \quad (7.11)$$

Аналогично, при протекании в контуре 2 тока  $I_2$  магнитный поток (его поле изображено на рис.41 пунктиром) пронизывает первый контур. При изменениях тока  $I_2$  в контуре 1 возникает ЭДС взаимной индукции

$$\varepsilon_{12} = -M_{12} \frac{dI_2}{dt}. \quad (7.12)$$

Коэффициенты  $M_{21}$  и  $M_{12}$ , как показывают расчеты, подтвержденные опытом, равны друг другу

$$M_{21} = M_{12},$$

зависят от геометрической формы, размеров, взаимного расположения контуров и от магнитной проницаемости окружающей среды. Единица взаимной индуктивности та же, что и для индуктивности при самоиндукции, - генри (Гн).

Явление взаимной индукции используется для повышения или понижения напряжения переменного тока с помощью трансформатора. Впервые трансформаторы были сконструированы и введены в практику русским электротехником П.Н. Яблочковым (1847-1894) и русским физиком И.Ф. Усагиным (1855-1919). Принципиальная схема трансформатора приведена на рис. 42.

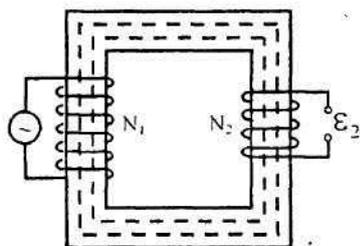


Рис. 42

Первичная и вторичная катушки (обмотки), имеющие соответственно  $N_1$  и  $N_2$  витков, укреплены на замкнутый железный сердечник. Концы первичной обмотки присоединены к источнику переменного тока с ЭДС  $\varepsilon_1$ , ток  $I_1$  которого создает в сердечнике трансформатора переменный магнитный поток  $\Phi$ . Магнитный поток  $\Phi$  пронизывает витки вторичной обмотки. Изменение этого потока вызывает во вторичной обмотке появление ЭДС взаимной индукции, а в первичной - ЭДС самоиндукции.

По закону Ома, ток  $I_1$  первичной обмотки определяется алгебраической суммой внешней ЭДС и ЭДС самоиндукции:

$$\varepsilon_1 - N_1 \frac{d\Phi}{dt} = I_1 R_1, \quad (7.13)$$

где  $R_1$  - сопротивление первичной обмотки. Падение напряжения  $I_1 R_1$  на сопротивление  $R$  при быстропеременных полях мало, поэтому

$$\varepsilon_1 \approx N_1 \frac{d\Phi}{dt}. \quad (7.14)$$

ЭДС взаимной индукции, возникающая во вторичной обмотке,

$$\varepsilon_2 \approx -N_2 \frac{d\Phi}{dt}. \quad (7.15)$$

Из выражений (7.14) и (7.15)

$$\varepsilon_2 = -\frac{N_2}{N_1} \varepsilon_1, \quad (7.16)$$

где знак минус показывает, что ЭДС в первичной и вторичной обмотках противоположны по фазе.

Пренебрегая потерями энергии, которые в современных трансформаторах не превышают 2%, можно считать, что мощности тока в обеих обмотках трансформатора практически одинаковы

$$\varepsilon_2 I_2 \approx \varepsilon_1 I_1,$$

откуда, учитывая соотношение (7.16), получим

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}, \quad (7.17)$$

то есть токи в обмотках обратно пропорциональны числу витков в этих обмотках.

Отношение числа витков  $k = \frac{N_2}{N_1}$  называется *коэффициентом трансформации*. Если  $k > 1$ , то трансформатор будет повышающим, увеличивающим переменную ЭДС и понижающим ток; если  $k < 1$ , то трансформатор будет понижающим, уменьшающим ЭДС и повышающим ток (применяется при электросварке, так как для нее требуется большой ток при низком напряжении).

## § 6. Токи при замыкании и размыкании цепи

Ток самоиндукции, возникающий в цепи, содержащей индуктивность  $L$ , источник ЭДС  $\varepsilon_0$  и сопротивление  $R$ , после ее замыкания, называется током замыкания.

По закону Ома

$$IR = \varepsilon_0 + \varepsilon_S = \varepsilon_0 - L \frac{dI}{dt}. \quad (7.18)$$

Подставим ток  $I$  в виде суммы постоянной составляющей  $\varepsilon_0/R$  и тока самоиндукции

$$I = \frac{\varepsilon_0}{R} + I_S. \quad (7.19)$$

Тогда для  $I_S$  справедливо уравнение

$$\frac{dI_S}{dt} + \frac{R}{L} I_S = 0. \quad (7.20)$$

Его интегрирование дает  $I_S = -\frac{\varepsilon_0}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$ ,

следовательно,

$$I = \frac{\varepsilon_0}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) = I_0 (1 - e^{-\frac{R}{L}t}). \quad (7.21)$$

График зависимости тока от времени изображен на рис. 43.

Ток самоиндукции, протекающий в контуре после выключения внешней ЭДС, называется током размыкания.

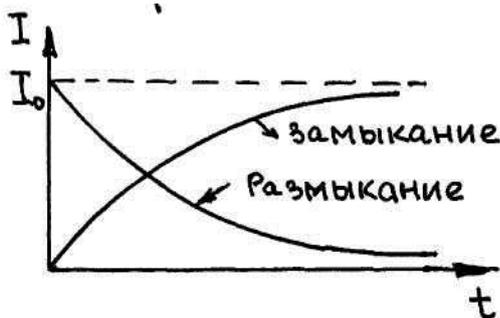


Рис. 43

В каждый момент времени при размыкании по закону Ома

$$IR = \varepsilon_S = -L \frac{dI}{dt}. \quad (7.22)$$

Разделив в выражении (7.22) переменные, имеем  $\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} dt$ . Интегрируя это уравнение, получим

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (7.23)$$

При резком размыкании контура с индуктивностью ЭДС самоиндукции на короткое время может значительно повысить рабочее напряжение  $\varepsilon_0$ , что приводит к пробое изоляции и порче аппаратуры.

Если вводить сопротивление  $R_0$  медленно, ЭДС самоиндукции не достигает опасных значений.

## § 7. Энергия магнитного поля

При пропускании тока по проводнику около него возникает магнитное поле, на создание которого затрачивается энергия. Следовательно, магнитное поле является носителем энергии. Эта энергия равна работе, которая затрачивается током на создание магнитного поля.

Рассмотрим контур с индуктивностью  $L$ , по которому течет ток  $I$ . Данный контур охватывает магнитный поток  $\Phi = LI$ , который при изменении тока на  $dI$  меняется на  $d\Phi = LdI$ . Для изменения магнитного потока на величину  $d\Phi$  необходимо совершить работу  $dA = Id\Phi = LI dI$  (см. (5.21)). Тогда работа по созданию магнитного потока  $\Phi$  будет равна

$$A = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2}.$$

Следовательно, энергия положительного поля, связанного с контуром, равна

$$W_M = \frac{LI^2}{2}. \quad (7.24)$$

Выразим энергию магнитного поля на примере длинного соленоида. Магнитное поле такого соленоида однородно и в основном расположено внутри него. Индуктивность соленоида (7.9)  $L = \mu\mu_0 n^2 V$ , а сила тока из (5.32)  $I = \frac{B}{\mu\mu_0 n}$ . Подставляя  $L$  и  $I$  в (7.24), получаем

$$W_M = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} V. \quad (7.25)$$

Разделив обе части (7.25) на объем  $V$  соленоида, находим объемную плотность энергии магнитного поля

$$\omega_M = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}, \quad (7.26)$$

или, учитывая (5.6),

$$\omega_M = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}. \quad (7.27)$$

Выражения (7.26) и (7.27) справедливы для любого магнитного поля, независимо от его происхождения, и определяют энергию магнитного поля в единице объема.

## Глава VIII. Магнитные свойства вещества

Все материальные тела в той или иной мере обладают магнитными свойствами, поэтому термин «магнетики» имеет отношение ко всем веществам без исключения, хотя многие из них обладают очень слабо выраженными магнитными свойствами. Магнитными свойствами обладают не только макроскопические тела, но и отдельные молекулы, атомы, атомные ядра, а также электроны.

Магнитные свойства веществ зависят от структуры их атомов и атомных ядер, а также от характера взаимодействия между молекулами и атомами.

### § 1. Магнитные моменты атомов и молекул

Все вещества, помещенные в магнитное поле, намагничиваются. Причиной этого явления является, согласно гипотезе Ампера, существование микроскопических токов, обусловленных движением электронов в атомах и молекулах.

Электрон, двигаясь по орбите, эквивалентен круговому току, величина которого определяется по формуле

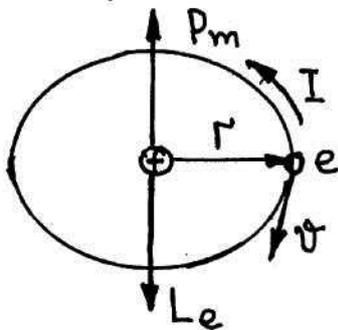
$$I = \frac{e}{T} = e\nu, \quad (8.1)$$

где  $e$  – заряд электрона,  $T$  – период вращения,  $\nu$  – частота вращения.

**Орбитальный магнитный момент** электрона в этом случае равен

$$p_m = IS = e\nu S, \quad (8.2)$$

где  $S$  – площадь орбиты (рис.44).



С другой стороны, электрон, двигаясь по орбите, обладает механическим моментом импульса

$$L_e = mvr = 2m\nu S, \quad (8.3)$$

где  $v = 2\pi\nu r$ ,  $\pi r^2 = S$ . Сравнивая выражения (8.2) и (8.3), получим

$$p_m = -\frac{e}{2m} L_e = -g L_e, \quad (8.4)$$

где  $g = \frac{e}{2m}$  называется **гиромангнитным отношением орбитальных моментов**.

Рис. 44.

Экспериментальное определение гиромангнитного отношения дало значение  $g = \frac{e}{m}$ , т.е. оказалось в два раза большим, чем расчетное. Для объяснения такого результата было предположено, что электрон имеет еще и собственный механический момент импульса  $L_{eS}$  (вращение вокруг собственной оси), получивший название **спин**. Спину электрона  $L_{eS}$  соответствует **собственный** магнитный момент

$$p_{mS} = -g_S L_{eS}. \quad (8.5)$$

Общий магнитный момент складывается из магнитных моментов электронов и магнитного момента ядра, но так как магнитные моменты ядер много

меньше магнитных моментов электронов, то магнитными моментами ядер пренебрегают. Таким образом, общий магнитный момент атома (молекулы) равен

$$p_a = \sum p_{me} + \sum p_{mS}. \quad (8.6)$$

Для объяснения намагничивания веществ имеет значение поведение магнитных моментов во внешнем магнитном поле.

## § 2. Магнитное поле в веществе

При помещении магнетика во внешнее магнитное поле с магнитной индукцией  $\vec{B}_0$ , в нем создается магнитное поле микротоков  $\vec{B}'$ , которое накладывается на внешнее магнитное поле

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'. \quad (8.7)$$

Для количественного описания намагничивания магнетика вводится векторная величина – *намагниченность*, которая определяется магнитным моментом единицы объема магнетика

$$\vec{J} = \frac{\sum_{\Delta V} p_a}{\Delta V}. \quad (8.8)$$

Вектор  $\vec{J}$  связан с вектором  $B'$  соотношением

$$B' = \mu_0 \vec{J}. \quad (8.9)$$

Единица измерения  $\vec{J}$ , как следует из (8.8), – А/м.

В несильных магнитных полях намагниченность пропорциональна напряженности поля  $\vec{H}$ , т.е.

$$\vec{J} = \varkappa \vec{H}, \quad (8.10)$$

где  $\varkappa$  – безразмерная величина, называемая *магнитной восприимчивостью вещества*.

Зная, что  $B_0 = \mu_0 H$  и из формул (8.9) и (8.10)  $B' = \mu_0 \varkappa H$ , выражение (8.7) можно записать в виде

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \varkappa) \vec{H} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad (8.11)$$

где  $\mu = 1 + \varkappa$  – безразмерная величина, которая представляет собой магнитную проницаемость вещества. Магнитная проницаемость  $\mu$  показывает, во сколько раз магнитное поле макроскопических токов усиливается вследствие намагничивания вещества.

По значению магнитной проницаемости  $\mu$  все вещества делятся на три группы: диамагнетики ( $\mu \leq 1$ ), парамагнетики ( $\mu \geq 1$ ) и ферромагнетики ( $\mu \gg 1$  и меняется в зависимости от напряженности поля макроскопических токов).

## § 3. Диа- и парамагнетизм

В диамагнетиках, помещенных во внешнее магнитное поле  $B_0$ , возникают намагниченность и внутреннее поле, направленное навстречу внешнему полю.

В отсутствие внешнего магнитного поля диамагнетик имеет результирующие магнитные моменты, как орбитальные, так и спиновые, равные нулю. Поэтому суммарный магнитный момент диамагнитного поля также равен нулю.

К диамагнетикам относятся многие металлы (например, Bi, Ag, Au, Cu), большинство органических соединений, смолы, углерод и т.д.

Когда диамагнитное тело помещают во внешнее магнитное поле, то вследствие вихревого характера магнитного поля в диамагнетике индуцируются незатухающие молекулярные токи. Эти молекулярные токи, по правилу Ленца, имеют такое направление, что созданное ими внутреннее магнитное поле стремится ослабить внешнее магнитное поле. Следовательно, у диамагнетика магнитная проницаемость  $\mu$  будет чуть меньше единицы ( $\mu \leq 1$ ).

Диамагнитный эффект присущ всем без исключения веществам, в том числе и парамагнетикам, но в парамагнетиках его превышает эффект, обусловленный ориентацией магнитных моментов отдельных молекул. У парамагнетиков в отсутствие внешнего магнитного поля магнитные моменты электронов не компенсируют друг друга и атомы (молекулы) обладают магнитными моментами. При тепловом движении магнитные моменты ориентированы беспорядочно и парамагнитные вещества без внешнего поля имеют суммарный магнитный момент, равный нулю. Попадая во внешнее магнитное поле, магнитные моменты молекул парамагнетика ориентируются таким образом, что собственное поле парамагнетика усиливает внешнее намагничивающее поле, и для парамагнетиков  $\mu \geq 1$ . При ослаблении внешнего магнитного поля до нуля ориентация магнитных моментов вследствие теплового движения нарушается и парамагнетик размагничивается.

#### § 4. Ферромагнетики и их свойства

Кроме двух классов веществ – диа- и парамагнетиков, которые являются слабомагнитными веществами, есть еще **сильномагнитные вещества** - ферромагнетики – вещества, которые намагничены даже при отсутствии внешнего магнитного поля. К ферромагнетикам относятся железо (от него и идет название «ферромагнетизм»), никель, кобальт, гадолиний, их сплавы и соединения.

Ферромагнитные вещества обладают большой проницаемостью, для них  $\mu \gg 1$ , иногда порядка 100000. У ферромагнетиков, так же как и у парамагнетиков, собственное поле при намагничивании усиливает внешнее поле, но ферромагнетики обладают отличительными свойствами: 1) магнитная проницаемость имеет очень большие значения и зависит от напряженности внешнего магнитного поля; 2) намагниченность ферромагнетиков сохраняется и после прекращения действия внешнего поля; 3) между  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$  существует зависимость, которая имеет характерный вид, называемый «петлей гистерезиса».

Эти свойства ферромагнетиков объясняются особенностью их структуры, так называемой **доменной структурой**. В ферромагнетике имеются небольшие области, которые называются **доменами**.

Домены имеют размеры порядка (1 ÷ 10) мкм и представляют собой маленькие магнетики, внутри которых магнитные моменты всех молекул направлены в одну сторону. Так как расположение самих доменов беспорядочно, то суммарный магнитный момент большого куска ненамагниченного ферромагнетика равен нулю.

Когда образец помещается во внешнее магнитное поле, происходит ориентация магнитных моментов доменов, домены начинают вращаться и ориентироваться вдоль внешнего поля, и в результате возникает макроскопическое намагничивание. При очень больших значениях напряженности  $\vec{H}$  внешнего магнитного поля магнитные моменты всех доменов выстраиваются параллельно и наступает состояние насыщения, т.е. при дальнейшем увеличении напряженности  $\vec{H}$  внешнего поля намагниченность  $J$  образца не растет (рис. 45).

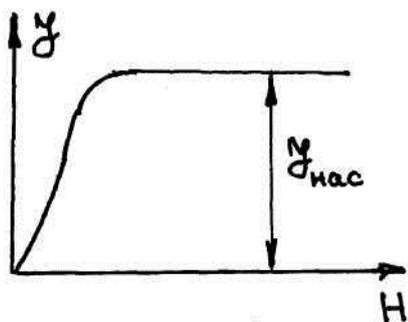


Рис. 45

Зависимость магнитной индукции  $\vec{B}$  от напряженности  $\vec{H}$  внешнего магнитного поля имеет сложный характер. Согласно формуле (8.7) имеем

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}',$$

где  $B_0$  – вектор магнитной индукции внешнего поля,  $\vec{B}'$  – вектор индукции собственного поля ферромагнетика.

В состоянии насыщения индукция  $B'$  перестает расти и на увеличение  $B$  не влияет, но  $B_0$  с ростом  $H$  продолжает увеличиваться. Поэтому в состоянии насыщения магнитная индукция внутри ферромагнетика продолжает возрастать, хотя и очень медленно (кривая ОА, рис.46).

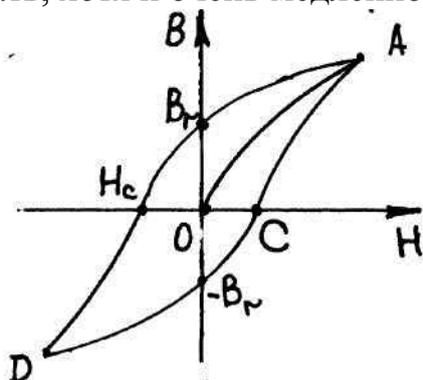


Рис 46

При изменении направления напряженности поля  $\vec{H}$  индукция поля в ферромагнетике не идет по старой кривой роста ОА, а проходит по кривой с большими значениями индукции А-В<sub>г</sub>. При напряженности поля  $\vec{H}$ , равной нулю, индукция магнитного поля в ферромагнетике отлична от нуля и равна В<sub>г</sub>, которая называется **остаточной индукцией**. При значении напряженности H<sub>с</sub>, которое называется **коэрцитивной силой**, магнитная индукция ферромагнетика становится равной нулю.

При дальнейшем возрастании напряженности поля  $\vec{H}$  обратного направления индукция магнитного поля тоже растет по модулю, направленная так же, как и вектор  $\vec{H}$ , проходя по кривой H<sub>с</sub>-D. После достижения точки D меняем направление и получим кривую DCA. Замкнутая кривая, которая получается при вычерчивании зависимости  $B=f(H)$ , называется **петлей гистерезиса**.

В зависимости от величины коэрцитивной силы ферромагнетика делятся на мягкие и жесткие. Мягкие ферромагнетики имеют узкую петлю гистерезиса и малые значения коэрцитивной силы. Для жестких ферромагнетиков характерна широкая петля гистерезиса и, соответственно, большие значения коэрцитивной силы.

При перемагничивании ферромагнитные сердечники нагреваются, процесс перемагничивания связан с затратами энергии, которые называются **потерями энергии** на гистерезис.

## Глава IX. Электромагнитные колебания и волны

Электромагнитные колебания были открыты при изучении первого конденсатора (лейденской банки). В 1826 г. французский ученый Ф. Савар заметил, что при замыкании лейденской банки через катушку стальная спица внутри катушки намагничивается. Но это было неудивительно, удивительно было то, что нельзя было определить, где какой будет у спицы полюс. Долго не могли понять этот процесс, пока не пришли к выводу, что происходит периодическое изменение величины заряда, тока, электрических и магнитных полей. Так как периодические изменения происходят за счет запаса энергии электрического поля при зарядке конденсатора, то такие колебания называются *свободными* электромагнитными колебаниями.

Вынужденные электромагнитные колебания возникают под действием внешней периодически изменяющейся ЭДС. Переменную ЭДС можно получить в катушке, вращающейся в постоянном магнитном поле.

### § 1. Свободные колебания в контуре без потерь

Электрическая цепь, в которой происходят свободные электрические колебания, называют колебательным контуром. Колебательный контур состоит из конденсатора с электрической емкостью  $C$  и катушки с индуктивностью  $L$ , соединенных между собой последовательно. Если считать сопротивление катушки и соединительных проводов равным нулю, то контур называют идеальным.

Рассмотрим, почему в колебательном контуре возникают колебания. Для наглядности будем сравнивать процессы в контуре с колебаниями шарика на пружине.

Для возбуждения в контуре колебаний конденсатор предварительно заряжают, сообщая его обкладкам заряды  $\pm q$ . Тогда в начальный момент времени  $t=0$  (рис.47,1) между обкладками конденсатора возникает электрическое поле, энергия которого  $W = \frac{1}{2} q_m^2 / C$ , где  $q_m$  – заряд конденсатора,  $C$  – его емкость. В случае шарика на пружине это эквивалентно тому, что мы изменим длину пружины на  $x$ , сообщив системе потенциальную энергию  $\frac{kx^2}{2}$  ( $k$  – жесткость пружины), но пока держим шарик, не позволяя ему двигаться.

После замыкания конденсатора на катушку индуктивности в колебательном контуре появится электрический ток, конденсатор начнет разряжаться. Но разряжается он не мгновенно, так как при увеличении силы тока нарастает магнитное поле, изменение которого порождает ЭДС самоиндукции, направленную, согласно правилу Ленца, навстречу току разрядки. Нарастание силы тока и магнитного поля по мере уменьшения величины заряда на конденсаторе идет медленнее и становится равным нулю, когда конденсатор разрядится.

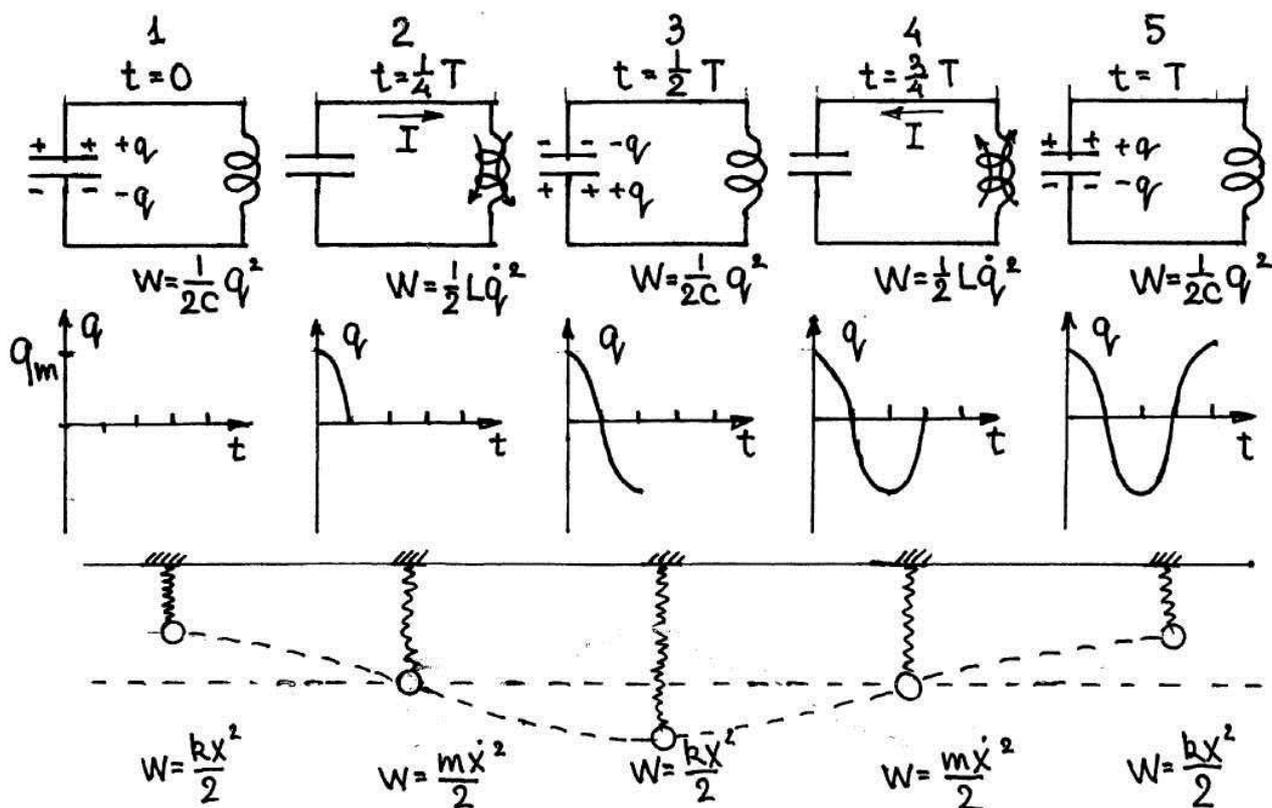


Рис. 47

Через промежуток времени  $t=T/4$  – четверти периода колебания (рис.47,2), ЭДС самоиндукции, препятствующая току разрядки, уменьшится до нуля, сила тока в катушке в этот момент времени достигнет максимального значения, и энергия магнитного поля в катушке будет равна  $W_M = \frac{LI^2}{2}$ , где  $L$  – индуктивность катушки. Точно так же вследствие инертности шарика его скорость увеличивается постепенно и в момент времени  $t=T/4$  достигнет максимального значения.

В следующие моменты времени начинает уменьшаться сила тока в контуре, а следовательно, и магнитное поле в катушке. При этом теперь возникает ЭДС самоиндукции, знак которой противоположен знаку ЭДС самоиндукции, действовавшей в первой четверти периода, стремящейся поддержать ток разрядки конденсатора, заставляя электроны двигаться в том же направлении, что и раньше. В результате этого происходит перезарядка конденсатора. Через промежуток времени  $t=T/2$  – половине периода колебания (рис.47,3), сила тока в контуре и магнитное поле станут равными нулю, а заряд конденсатора и его электрическое поле достигнут максимума.

После перезарядки конденсатора процессы повторяются в обратном порядке. Колебания в контуре сопровождаются периодическими превращениями энергии электрического поля конденсатора в энергию магнитного поля катушки и наоборот. Поэтому эти колебания называются электромагнитными.

Для определения периода электромагнитных колебаний в контуре применим второе правило Кирхгофа для цепи, содержащей катушку индуктивности  $L$ , конденсатор емкостью  $C$  и резистор сопротивлением  $R$ :

$$IR + U_C = \varepsilon_S,$$

где  $IR$  – напряжение на резисторе,  $U_C = q/C$  – напряжение на конденсаторе,  $\varepsilon_S = -L \frac{dI}{dt}$  – ЭДС самоиндукции. Следовательно,

$$L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{q}{C} = 0. \quad (9.1)$$

Если сопротивление  $R=0$  (идеальный контур), то свободные электромагнитные колебания в контуре являются гармоническими. Разделив (9.1) на  $L$  и подставив  $I = \frac{dq}{dt}$  и  $\frac{dI}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$ , получим дифференциальное уравнение колебаний заряда  $q$  в контуре:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0. \quad (9.2)$$

Обозначим  $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$ . Тогда уравнение (9.2) примет вид

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2q = 0. \quad (9.3)$$

Решением этого уравнения является функция  $q = q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ , где  $q_m$  – амплитуда колебаний заряда конденсатора с циклической частотой  $\omega_0$ , называемой **собственной частотой заряда  $q$  в контуре**

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (9.4)$$

и периодом

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (9.5)$$

Формула (9.5) впервые была получена английским физиком У. Томсоном (Кельвином) (1824-1907) и называется **формулой Томсона**.

## § 2. Свободные затухающие колебания в колебательном контуре

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний заряда в контуре (при  $R \neq 0$ ) имеет вид (см.9.1)

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC}q = 0. \quad (9.6)$$

Учитывая собственную частоту  $\omega_0$  и принимая коэффициент затухания

$$\beta = R/(2L), \quad (9.7)$$

дифференциальное уравнение (9.6) можно записать в виде:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2q = 0. \quad (9.8)$$

Решение дифференциального уравнения (9.8) показывает изменение заряда  $q$  в контуре

$$q = q_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (9.9)$$

где  $a(t) = q_0 e^{-\beta t}$  – амплитуда заряда в различные моменты времени,

$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$  – частота затухающих колебаний, которая меньше собственной частоты контура  $\omega_0$ .

Зависимость (9.9) показана на рис.48 сплошной линией, а зависимость  $a(t) = a_0 e^{-\beta t}$  – пунктирными линиями.

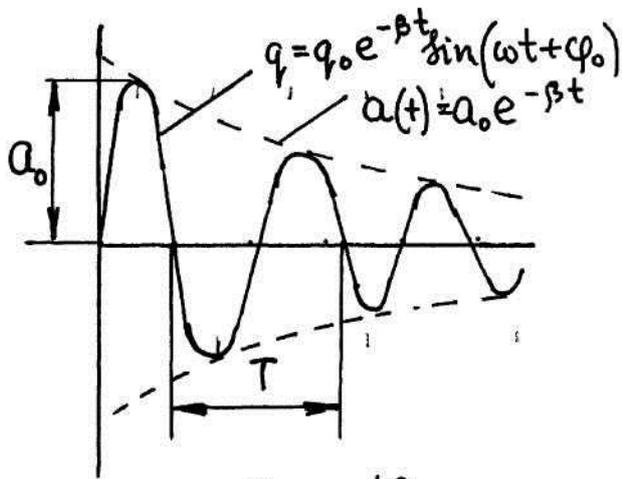


Рис. 48

Если  $a(t)$  и  $a(t+T)$  – амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающихся на период, то отношение  $\frac{a(t)}{a(t+T)} = e^{\beta T}$  называется **декрементом затухания**, а его логарифм

$$\lambda = \ln \frac{a(t)}{a(t+T)} = \beta T - \quad (9.10)$$

называется **логарифмическим декрементом затухания**.

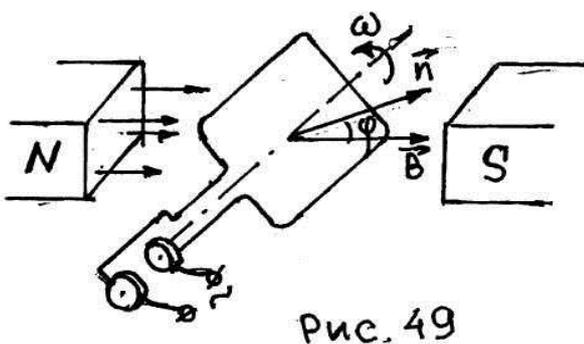
Добротность колебательного контура равна

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (9.11)$$

### § 3. Переменный ток

Вынужденные электромагнитные колебания возникают при подключении электрических цепей к источнику переменной ЭДС, которая получается, в первую очередь, в генераторах переменного тока, вырабатывающих синусоидальное напряжение. С помощью генераторов переменного тока производят основную часть всей электроэнергии в мире. Кроме того, в цепях переменного тока важную роль играет поведение резисторов, конденсаторов и катушек индуктивности.

1. **Получение переменного тока.** Переменный ток получается при равномерном вращении плоской рамки (катушки) в магнитном поле (рис.49).



Магнитный поток  $\Phi$ , сцепленный с рамкой, меняется по закону

$$\Phi = BS \cos \varphi = BS \cos \omega t, \quad (9.12)$$

где  $B$  – индукция магнитного поля,  $S$  – площадь рамки,  $\omega$  – циклическая частота вращения.

По закону электромагнитной индукции в рамке возникает ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \sin \omega t = \varepsilon_0 \sin \omega t, \quad (9.13)$$

где  $\varepsilon_0 = BS\omega$  – амплитуда ЭДС.

Для катушки, состоящей из  $N$  витков,  $\varepsilon_0 = NBS\omega$ . Во внешней цепи, присоединенной к выводам рамки (катушки) через щетки (см. рис.49), течет переменный ток. Стандартная частота переменного тока в России равна 50 Гц.

2. **Сопротивление в цепи переменного тока.** Если цепь состоит из резистора сопротивлением  $R$ , то сила тока через резистор определяется законом Ома:

$$I = \frac{\varepsilon_i}{R} = \left(\frac{\varepsilon_0}{R}\right) \sin\omega t = I_0 \sin\omega t, \quad (9.14)$$

где амплитуда силы тока  $I_0 = \frac{\varepsilon_0}{R}$ .

Применяя метод векторных диаграмм, получим совпадение по направлению амплитудных значений тока  $I_0$  и напряжения  $U_0 = \varepsilon_0$  (сдвиг по фазе между  $I_0$  и  $U_0$  равен нулю) (рис.50).

Если в цепь включена катушка индуктивностью  $L$  (при  $R \rightarrow 0$  и  $C \rightarrow 0$ ), то при приложении переменного напряжения по цепи потечет переменный ток  $I = I_0 \sin\omega t$ , в результате чего в катушке возникает ЭДС самоиндукции

$$\varepsilon_S = -L \frac{dI}{dt} = -LI_0 \omega \cos\omega t. \quad (9.15)$$

Так как сопротивление катушки равно нулю, то ЭДС самоиндукции в ней в любой момент времени равна по модулю и противоположна по знаку напряжению на концах катушки

$$U = -\varepsilon_S = LI_0 \omega \cos\omega t. \quad (9.16)$$

Следовательно, при изменении тока в катушке напряжение на ее концах изменяется со сдвигом фазы на  $\pi/2$ :

$$U = LI_0 \omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \quad (9.17)$$

т.е. напряжение на концах катушки опережает по фазе силу тока на  $\pi/2$  (рис. 51).

Амплитуда колебаний напряжения на катушке равна

$$U_0 = I_0 L \omega. \quad (9.18)$$

Отношение амплитуды колебаний напряжения на катушке к амплитуде колебаний силы тока в ней называется индуктивным сопротивлением (обозначается  $X_L$ ):

$$X_L = \frac{U_0}{I_0} = L\omega. \quad (9.19)$$

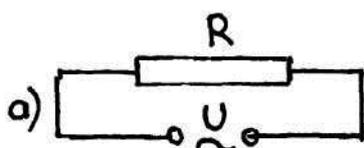


Рис. 50

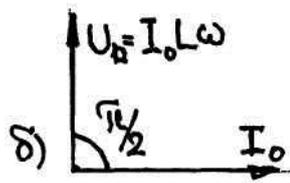
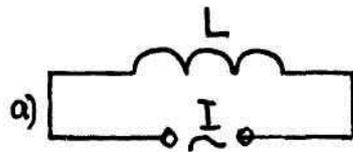


Рис. 51

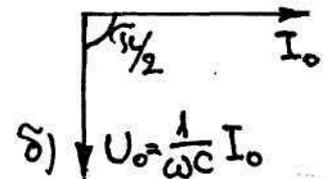
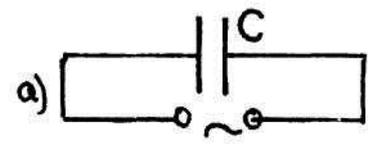


Рис. 52.

Рассмотрим далее процессы, протекающие в электрической цепи переменного тока с конденсатором емкостью  $C$  (при  $R \rightarrow 0$  и  $C \rightarrow 0$ ). В цепи постоянного тока, через диэлектрик, разделяющий обкладки конденсатора, электрические заряды не проходят. Но в результате периодически повторяющихся процессов зарядки и разрядки конденсатора по проводам, соединенным с его выводами, течет переменный ток.

Установим связь между амплитудой колебаний напряжения на обкладках конденсатора и амплитудой колебаний силы тока. При изменениях напряжения на обкладках конденсатора

$$U_C = \frac{q}{C} = U_0 \sin \omega t \quad (9.20)$$

заряд на его обкладках меняется по закону

$$q = U_C C = U_0 C \sin \omega t. \quad (9.21)$$

При изменении заряда конденсатора в цепи возникает электрический ток

$$I = \frac{dq}{dt} = U_0 \omega C \sin \omega t = U_0 \omega C \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (9.22)$$

Следовательно, колебания напряжения на обкладках конденсатора в цепи переменного тока отстают по фазе от колебаний силы тока на  $\frac{\pi}{2}$  (рис.52). Если амплитуда силы тока  $I_0 = U_0 \omega C$ , то отношение амплитуды напряжения на конденсаторе к амплитуде силы тока называется **емкостным сопротивлением** конденсатора (обозначается  $X_C$ )

$$X_C = \frac{U_0}{I_0} = \frac{U_0}{U_0 \omega C} = \frac{1}{\omega C}. \quad (9.23)$$

В цепи переменного тока сопротивление резистора  $R$  называется **активным сопротивлением**, а индуктивное и емкостное сопротивления ( $X_L$  и  $X_C$ ) называются **реактивными сопротивлениями**.

#### § 4. Закон Ома для цепи переменного тока

Рассмотрим цепь, содержащую резистор сопротивлением  $R$ , катушку индуктивностью  $L$  и конденсатор емкостью  $C$ , на концы которой подается переменное напряжение (рис.53).

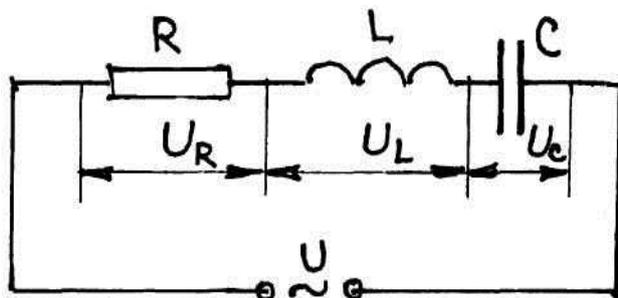


Рис 53

В цепи возникает переменный ток, который вызовет на всех элементах цепи соответствующие падения напряжения  $U_R, U_L$  и  $U_C$ . Векторная диаграмма амплитуд падений напряжений на резисторе ( $U_R$ ), катушке ( $U_L$ ) и конденсаторе ( $U_C$ ) представлена на рис.54. Амплитуда  $U_0$

приложенного напряжения равна геометрической сумме этих падений напряжений.

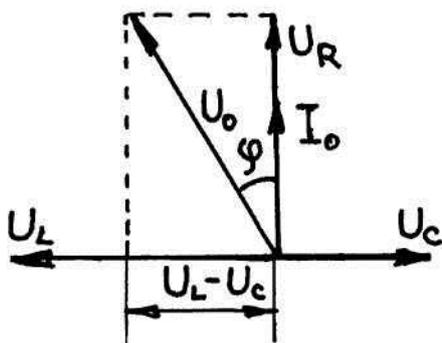


Рис. 54.

Как видно из рис.54, угол  $\varphi$  определяет разность фаз между напряжением и силой тока. Из рис.54 следует, что

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}, \quad (9.24)$$

а амплитуда приложенного напряжения

$$U_0 = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2},$$

или

$$U_0 = \sqrt{(I_0 R)^2 + \left[ \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) I_0 \right]^2} = I_0 \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2},$$

откуда амплитуда силы тока равна

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}. \quad (9.25)$$

Величина

$$Z = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (9.26)$$

называется полным сопротивлением цепи переменного тока, и закон Ома будет иметь вид

$$I_0 = \frac{U_0}{Z}. \quad (9.27)$$

Если напряжение в цепи переменного тока изменяется по закону  $U = U_0 \sin \omega t$ , то при полном сопротивлении в цепи течет ток

$$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi), \quad (9.28)$$

где  $\varphi$  и  $I_0$  определяются соответственно по (9.27) и (9.28).

## § 5. Мощность в цепи переменного тока

Мгновенное значение мощности переменного тока равно произведению мгновенных значений напряжения и силы тока

$$P(t) = U(t)I(t) = U_0 \sin \omega t \cdot I_0 \sin(\omega t + \varphi). \quad (9.29)$$

Используя тригонометрические формулы преобразования, получим

$$P(t) = \frac{I_0 U_0}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)]. \quad (9.30)$$

Практический интерес представляет собой не мгновенное значение мощности, а ее среднее значение за время, равное периоду. Учитывая, что среднее значение  $\cos(2\omega t + \varphi)$  равно нулю, имеем

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} I_0 U_0 \cos \varphi. \quad (9.31)$$

Из векторной диаграммы (рис.54) следует, что  $U_0 \cos \varphi = R I_0$ . Тогда

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} R I_0^2.$$

Такую же мощность развивает постоянный ток  $I = I_0 / \sqrt{2}$ .

Величины

$$I = I_0 / \sqrt{2}, \quad U = U_0 / \sqrt{2} \quad (9.32)$$

называют соответственно **действующими (или эффективными) значениями тока и напряжения**.

Если учесть действующие значения тока и напряжения, средняя мощность переменного тока равна

$$\langle P \rangle = I U \cos \varphi, \quad (9.33)$$

где  $\cos \varphi$  называется коэффициентом мощности. Допустимое значение  $\cos \varphi$  для промышленных участков должно составлять не менее 0,85.

## § 6. Основы электромагнитной теории Максвелла

Основные законы электрических и магнитных полей: теорема Гаусса-Остроградского, закон полного тока, закон электромагнитной индукции, являются обобщением экспериментальных фактов. Они позволяют по заданному распределению зарядов и токов найти в каждой точке пространства характеристики электрических и магнитных полей.

В 1864 г. английский физик Д.Максвелл (1831-1879) создал теорию единого электромагнитного поля, согласно которой переменное магнитное поле порождает переменное электрическое поле, а переменное электрическое поле – магнитное поле. Эти вторичные поля имеют вихревой характер и переносят энергию. Плотность энергии электромагнитного поля равна

$$w_{\text{ЭМ}} = \left( \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} \right).$$

По теории Максвелла, переменные электрические и магнитные поля, будучи первоначально связанными с зарядами и токами, в дальнейшем могут существовать независимо от зарядов и токов и, порождая друг друга, перемещаться в пространстве со скоростью

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \varepsilon\mu}} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \text{ м/с.}$$

В вакууме  $\mu = 1, \varepsilon = 1$  и  $v = 3 \cdot 10^8$  м/с. Совпадение со скоростью света не случайно, так как свет – это электромагнитные волны.

1. **Первое уравнение Максвелла.** Это уравнение является обобщением закона электромагнитной индукции. Из закона электромагнитной индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}, \text{ а } \varepsilon_i = \oint_l E dl,$$

т.е.

$$\oint_l E dl = -\frac{\partial\Phi}{\partial t}. \quad (9.34)$$

Это уравнение для проводящего контура Максвелл предложил считать справедливым не только для проводящего контура, но и для любого другого замкнутого произвольно выбранного в переменном магнитном поле. Иными словами: переменное магнитное поле в любой точке пространства создает вихревое электрическое поле.

Таким образом, первое уравнение Максвелла показывает, **что циркуляция вектора  $\vec{E}$  по произвольному замкнутому контуру  $l$  равна взятой с обратным знаком скорости изменения магнитного потока сквозь замкнутую поверхность контура (9.34).**

2. **Второе уравнение Максвелла.** Это уравнение является обобщением закона полного тока, из которого следует, что источником магнитных полей являются движущиеся электрические заряды (токи).

Максвелл предположил, что источником магнитных полей кроме токов могут быть также переменные электрические поля, и ввел понятие – **ток смещения**. Определим, как возникает ток смещения.

По теореме Гаусса-Остроградского поток вектора электрического смещения через поверхность  $S$  равен заряду внутри поверхности

$$\oint_S D dS = q.$$

Продифференцируем это выражение

$$\frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \oint_S D dS.$$

Если  $S$  неподвижна и недеформируема, то

$$\frac{dq}{dt} = \oint_S \frac{\partial D}{\partial t} dS. \quad (9.35)$$

Так как  $\frac{dq}{dt} = I$  и  $I = \int_S j dS$ , то из (9.38) получим

$$j_{\text{см}} = \frac{\partial D}{\partial t}, \quad (9.36)$$

это плотность тока, связанная не с движением зарядов, а с изменением во времени электрического поля. Максвелл назвал этот ток – током смещения.

С учетом тока смещения закон полного тока можно записать в виде

$$\oint_l H dl = \sum_{i=1}^n I_i + I_{\text{см}} = I_{\text{полн}}, \quad (9.37)$$

где  $I_{\text{см}} = \oint_S \frac{\partial D}{\partial t} dS$  - ток смещения,  $I_{\text{полн}}$  - полный ток, т.е. циркуляция вектора  $\vec{H}$  по произвольному замкнутому контуру  $l$  равна полному току, пронизывающему поверхность, ограниченную этим контуром.

$$\oint_l H dl = I + \frac{\partial \Phi_D}{\partial t} = \int_S \left( j + \frac{\partial D}{\partial t} \right) dS. \quad (9.38)$$

Уравнение (9.41) является вторым уравнением Максвелла.

3. *Другие уравнения Максвелла.* Третье уравнение Максвелла – это теорема Гаусса-Остроградского для электрического смещения

$$\oint_S D dS = q. \quad (9.39)$$

Четвертое уравнение определяет поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность, который равен нулю

$$\oint_S B dS = 0. \quad (9.40)$$

Вместе с соотношениями  $D = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}$  и  $B = \mu \mu_0 H$  четыре рассмотренных уравнения образуют систему уравнений электромагнитной теории Максвелла.

## § 7. Электромагнитные волны

Существование электромагнитных волн переменного электромагнитного поля, распространяющегося в пространстве с конечной скоростью, - вытекает из уравнений Максвелла. Решающую роль для утверждения максвелловской теории сыграли опыты немецкого физика Г.Р. Герца (1857-1894), доказавшие, что электрические и магнитные поля действительно распространяются в виде волн.

Источником электромагнитных волн может быть любой электрический колебательный контур или проводник, по которому течет переменный электрический ток, поскольку для возбуждения электромагнитных волн необходимо создать в пространстве переменное электрическое поле (ток смещения) или со-

ответственно переменное магнитное поле. Однако излучающая способность источника определяется его формой, размерами и частотой колебаний. Чтобы излучение было эффективным, необходимо увеличить объем пространства для создания переменного электромагнитного поля. Закрытые колебательные контуры для этого непригодны, так как в них электрическое поле сосредоточено между обкладками конденсатора, а магнитное – внутри катушки индуктивности. С другой стороны, эффективность излучения будет зависеть от быстроты изменения электрических и магнитных полей. Следовательно, для образования интенсивных электромагнитных волн необходимо создать электромагнитные колебания достаточно высокой частоты в сравнительно большом пространстве.

Колебания высокой частоты можно получить в колебательном контуре

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (9.41)$$

Из формулы (9.41) следует, что частота тем больше, чем меньше емкость конденсатора  $C$  и индуктивность катушки  $L$ . Герц, уменьшая число витков и площадь пластин контура, а также раздвигая их, совершил переход от закрытого колебательного контура к открытому колебательному контуру, представляющему собой два стержня, разделенных искровым промежутком (вibrator Герца). Колебания в системе поддерживаются за счет источника ЭДС, подключенного к обкладкам конденсатора, а искровой промежуток применяется для того, чтобы увеличить разность потенциалов, до которой первоначально заряжаются обкладки (рис.55).

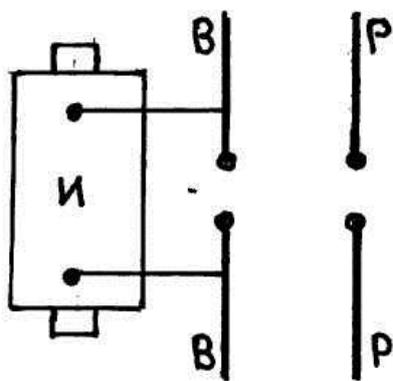


Рис. 55.

Для возбуждения электромагнитных волн vibrator Герца присоединяется ко вторичной обмотке индукционной катушки (рис.55). Когда разность потенциалов на искровом промежутке достигала пробивного значения, возникала искра, замыкающая обе половины vibratorа, и в vibratorе возникали свободные затухающие колебания. При исчезновении искры контур размыкался и колебания прекращались. Затем индуктор снова заряжал vibrator, возникала искра и в контуре опять наблюдались колебания и т.д. Для регистрации волн Герц пользовался вторым точно таким же

vibratorом, называемым резонатором  $P$  (рис.55). Когда в резонаторе  $P$  наступал резонанс, в его зазоре проскакивала искра.

С помощью vibratorа Герц достиг частот порядка 100 МГц и получил электромагнитные волны, длина которых составляла примерно 3 м. Зная частоту и длину волны, Герц определил скорость волн  $v = \nu\lambda = 3 \cdot 10^8$  м/с.

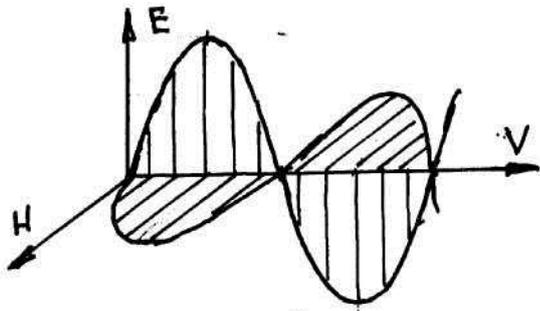


Рис. 56

Следствием теории Максвелла является поперечность электромагнитной волны: векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  напряженностей электрического и магнитного полей волны взаимно перпендикулярны (рис.56). Из уравнений Максвелла также следует, что в электромагнитной волне векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  всегда колеблются в одинаковых фазах. Максвелл

предсказал наличие электромагнитных волн теоретически, а Герц через 10 лет после его смерти получил волны экспериментально.

Борисовский Василий Васильевич

КРАТКИЙ КУРС ФИЗИКИ

Часть 2

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Учебное пособие для студентов всех форм обучения  
технических направлений

Редактор Е.Ф. Изотова

Подписано к печати 10.12.13. Формат 60x84/16.

Усл. печ. л. 5,12. Тираж 80 экз. Зак. 131223 . Рег. № 75.

Отпечатано в РИО Рубцовского индустриального института  
658207, Рубцовск, ул. Тракторная, 2/6.